
Publicacions de la SCM

Volum 12



AUTOBIOGRAFIA

Albert Einstein

Traduïda i comentada per
Sebastià Xambó Descamps

Societat Catalana de Matemàtiques
Filial de l'Institut d'Estudis Catalans

Barcelona, 2025

Autobiografia

© 2025 by Albert Einstein Archives

© Imatge de la portada: [domini públic](#)

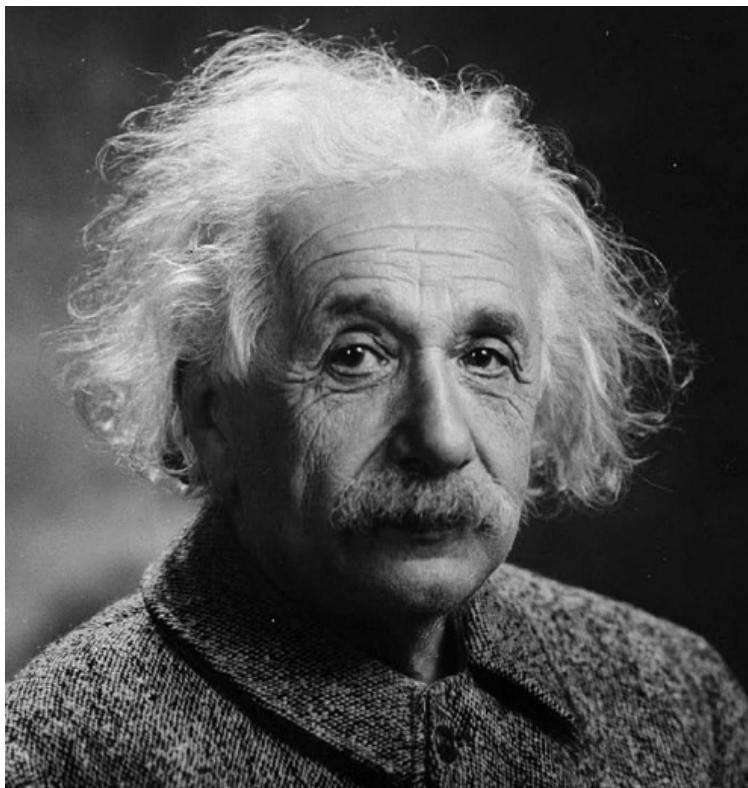
© 2025 Sebastià Xambó Descamps (traducció i anotacions)

© Societat Catalana de Matemàtiques, filial de l'Institut d'Estudis Catalans,
carrer del Carme, 47, 08001 Barcelona

L'edició d'aquesta obra ha estat a cura de Joaquim Bruna



Aquesta obra és d'ús lliure, però està sotmesa a les condicions de la llicència pública Creative Commons. Es pot reproduir, distribuir i comunicar l'obra sempre que se'n reconegui l'autoria i l'entitat que la publica i no se'n faci un ús comercial ni cap obra derivada. Es pot trobar una còpia completa dels termes d'aquesta llicència a l'adreça <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>



Albert Einstein

(© Imatge: [domini públic](#))

Prefaci del traductor

L'autobiografia d'Albert EINSTEIN és una obra fascinant, i tinc per segur que qui s'hi apropi podrà trobar moltes fonts d'inspiració: científiques, epistemològiques, filosòfiques, lingüístiques, històriques, i fins i tot literàries, per mencionar-ne algunes.

Tot i haver-la llegit abans, o potser perquè ja la coneixia, la vaig consultar repetidament per a la preparació de l'escrit [1], primàriament les versions en alemany i anglès incloses a [2], però també l'«edició del centenari» publicada el 1979 per P. A. SCHILPP [3].

D'aquell treball va sorgir la idea d'aquesta traducció al català, però amb la determinació d'incloure-hi comentaris destinats a fer assequibles, fins i tot les parts més exigents, a un públic ampli, comptant-hi l'alumnat i professorat de secundària. Amb aquest propòsit, i atès que l'Autobiografia és un document amb una alta densitat conceptual, ens ha semblat oportú annexar-hi els complements següents:

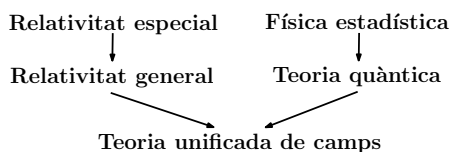
- **Anotacions** (pàgina 35). Inclou comentaris a diversos indrets de l'Autobiografia (En el primer paràgraf de l'Autobiografia s'explica com es consulten).
- **Índex de científics** (pàgina 54). Ordenats per ordre alfabètic de cognoms, aquest annex aplega els científics i pensadors citats a l'Autobiografia, i cada entrada conté una breu notícia sobre el personatge en què es destaquen els aspectes més relacionats amb l'obra d'EINSTEIN. Tant en el text com en aquest annex, els cognoms s'escriuen, com per exemple MAXWELL, en lletra versaleta, excepte quan apareixen en locucions com ara «lleis de Maxwell». En citacions, els cognoms s'escriuen tal com apareixen en el text citat.
- **Notes biogràfiques** (pàgina 59). A l'Autobiografia només es tracten aspectes que tenen a veure amb l'obra científica de l'autor i amb les idees que la van propulsar. En aquest annex trobareu una sinopsi eclèctica de la seva trajectòria vital.
- **Referències** (pàgina 65). Aplega les referències citades als annexos anteriors i també en aquest Prefaci. Es tracta de materials que enriqueixen les perspectives sobre l'Autobiografia des de diversos angles.
- **Índex alfabètic** (pàgina 68). Cada entrada conté el número o números de les pàgines més rellevants on apareix, i cadascun d'ells està enllaçat a la corresponent pàgina. D'aquests números, els que estan en negreta indiquen que el nom (en versaletes) apareix a l'**Índex de científics**. En el cas dels noms propis que no apareixen a l'**Índex de científics**, es consignen a l'Índex en versaletes seguits del nom o noms de pila i, si escau, els anys de naixement i mort, excepte en el cas de l'autor de l'Autobiografia, que només hi apareix com a EINSTEIN.

En la traducció hem procurat reflectir fidelment el discurs de l'Autobiografia, sempre prenent la versió original en alemany com a font primària, i també que el text traduït sigui coherent amb el català contemporani. Val a dir que aquestes condicions no es poden assolir amb els traductors automàtics actuals, com és fàcil comprovar, ja que no processen prou acuradament la sintaxi d'un alemany erudit, sovint força barroc, ni sovint escullen els sinònims més apropiats que corresponen al vocabulari usat en el text alemany.

Finalment, cal remarcar que l'Autobiografia no conté (títols explícits de) seccions. Amb l'ànim de facilitar la lectura, hem inserit títols de possibles seccions —centrats, en lletres versaletes, i entre claudàtors, indicant així que no formen part del text original. En sis d'aquests títols, el paràgraf precedent acaba amb els caràcters '- - -', que hem mantingut, i també els de dos paràgrafs més que no veiem com una discontinuïtat del text. En les citacions, posem entre claudàtors paraules o locucions afegides pel traductor per ajudar a clarificar-ne el context.

Agraïments. En primer lloc, als Arxius Albert Einstein (AEA), sota la custòdia de la Universitat Hebrea de Jerusalem, per atorgar el permís de fer la traducció per al portal de publicacions electròniques de la Societat Catalana de Matemàtiques (SCM), i també a Miriam Kutschinski («Information Officer» dels AEA) per facilitar els tràmits. També a la SCM per fer possible el projecte, i especialment a la seva presidenta, Montserrat Alsina; a Joaquim Bruna, per donar-li suport i promoure'l; i a Núria Fuster per tenir cura de les gestions administratives. Agraïment també a Ernest Garriga i Valle, Joan de Solà-Morales i Rubió i a Manel Udina i Abelló, per la lectura del text i les nombroses esmenes que em van fer arribar.

Sebastià Xambó-Descamps
Barcelona, juliol de 2025



Esquema de les àrees científiques que va cultivar Einstein, amb els dos corrents principals de les seves investigacions convergint en la teoria unificada de camps, a la qual va dedicar moltes energies durant les tres darreres dècades de la seva vida i que encara avui és un problema no resolt. Adaptat de [4, pàgina xi].

La versió original en alemany la podeu consultar a [Autobiographisches AE](#).

Notes autobiogràfiques

[PREÀMBUL]

Aquí estic assegut, a seixanta-set anys, disposat a escriure alguna cosa semblant al meu propi obituari. No ho faig només perquè el doctor SCHILPP em convencés de posar-m'hi, sinó també per creure que és bo mostrar als companys de fatigues com es veuen els propis esforços i recerques en retrospectiva (▷ [1](#)).¹ Després de reflexionar-hi una mica, vaig adonar-me que el resultat d'aquest intent seria necessàriament imperfecte. Per molt breu i limitada que sigui una vida de treball, i per molt que hi predominin els camins equivocats, no és gens fàcil transmetre allò que val la pena compartir. La persona d'avui, de seixanta-set anys, no és la mateixa que era la de cinquanta, la de trenta, o la de vint. Cada reminiscència està acolorida per la manera de ser actual i, per tant, per una perspectiva enganyosa. Aquesta consideració podria ser dissuasiva, però certament encara es pot extreure molt de la mateixa experiència personal que és inaccessible a les consciències d'altri.

[REMINISCÈNCIES DELS PRIMERS ANYS]

Com a jove força precoç, ja vaig ser vivament conscient de la futilitat dels anhels i esforços que la majoria de la gent persegueix incansablement al llarg de la vida. Aviat també vaig adonar-me de la feresa d'aquests comportaments, que en aquells anys era dissimulada millor que avui amb hipocresia i paraules pomposes. Tothom estava condemnat, per l'existència del seu estómac, a participar en aquesta activitat. L'estómac certament podia ser satisfet amb aquesta participació, però no la persona com a ésser pensant i sentint. Com a primera sortida hi havia la religió, que la màquina educativa tradicional implanta en cada infant. Així, tot i ser fill de pares completament irreligiosos (jueus), vaig arribar a una profunda religiositat, que, tanmateix, es va acabar de sobte a l'edat de dotze anys. Llegint llibres de divulgació científica, aviat em vaig convèncer que moltes de les històries de la Bíblia no podien ser certes. La conseqüència va ser un lliurepensament realment fanàtic, combinat amb la impressió que l'Estat mentia deliberadament als joves; va ser una impressió devastadora. D'aquesta experiència va sorgir la desconfiança envers qualsevol mena d'autoritat, una actitud escèptica davant les conviccions que es respiraven a l'entorn social respectiu i que mai m'ha abandonat, tot i que

¹ Amb aquest símbol remetem a l'entrada [1](#) de la secció «Anotacions». Aquesta és la forma seguida en aquest text per apuntar als comentaris associats als indrets on ens ha semblat oportú d'inserir-los. Al final de cada anotació hi trobareu un enllaç per retornar al punt des del qual heu partit per arribar-hi.

més tard va perdre la seva nitidesa original a causa d'una millor comprensió de les relacions causals.

Tinc clar que l'així perdut paradís religiós de la meua joventut va ser un primer intent d'alliberar-me de les cadenes del «merament personal», d'una existència dominada per desitjos, esperances i sentiments primitius. Allà fora hi havia aquest gran món, que existeix independentment de nosaltres, els humans, alçant-se davant nostre com un gran enigma etern, però accessible, en part almenys, a la nostra visió i al nostre pensament. La seva contemplació apuntava a un alliberament, i aviat em vaig adonar que moltes persones que havia arribat a valorar i admirar havien trobat llibertat i seguretat interior en el seu ferm compromís amb l'estudi d'aquest món. La comprensió intel·lectual d'aquest món extrapersonal, en el marc de les nostres possibilitats, me l'imaginava, mig conscientment, mig inconscientment, com un propòsit suprem. Persones amb mentalitats similars, del present i del passat, així com les idees que van obtenir, van ser els meus amics més preuats. El camí cap a aquest paradís no era tan còmode i temptador com el del paradís religiós, però va resultar ser fiable i mai m'he penedit d'haver-lo triat.

El que acabo de dir només és ver en un cert sentit, igual que un dibuix que consisteix en unes poques línies només pot copsar un objecte complicat, amb detalls confusos, en un sentit limitat. Si un individu gaudeix de pensaments harmoniosos, aquest aspecte del seu ésser pot sobresortir a costa d'altres aspectes i, per tant, determinar cada cop més la seva mentalitat. És ben possible que aquest individu, retrospectivament, vegi un desenvolupament sistemàtic i uniforme, mentre que l'experiència real es desplega com un calidoscopi de situacions particulars. La diversitat de circumstàncies externes i l'estretor del contingut momentani de la consciència comporten, en efecte, una mena d'atomització de la vida de cada persona. Per a una persona de la meua espècie, el punt d'inflexió en el desenvolupament rau en el fet que l'interès principal es desprèn gradualment del momentani i purament personal i es dirigeix cap a la recerca d'una comprensió conceptual de les coses. Des d'aquest punt de vista, les esquemàtiques observacions anteriors contenen tanta veritat com la que es pot afirmar en un espai tan curt.

[DINÀMICA DEL PENSAMENT]

Què és realment «pensar»? Si, en rebre impressions sensorials, apareixen imatges a la memòria, això encara no és «pensar». Si aquestes imatges formen sèries en què cadascuna n'evoca una altra, això tampoc no és encara «pensar». Però quan una determinada imatge es repeteix en moltes d'aquestes sèries, esdevé, precisament en virtut de la seva recurrència, un element ordenador d'aquestes sèries, enllaçant seqüències que altrament romandrien inconnexes. Aquest element esdevé una eina, un concepte. Crec que la transició de la lliure associació o «somni» al pensament es caracteritza pel paper més o menys dominant que hi juga el «concepte». En realitat, no és necessari que un concepte estigui vinculat a un signe (paraula) sensorialment perceptible i reproduïble; però si ho està, aleshores el pensament esdevé comunicable.

Amb quin dret —es pregunta ara el lector— opera aquest home de manera tan lleugera i primitiva amb idees en un àmbit tan problemàtic sense fer el més mínim intent de demostrar res? La meua defensa: tot el nostre pensament consisteix en aquest tipus de joc lliure amb conceptes; la justificació d'aquest joc rau en el grau de comprensió sobre les experiències sensorials que podem aconseguir amb la seva ajuda. El concepte de «veritat» encara no es pot aplicar a una tal estructura; al meu entendre, aquest concepte només es pot considerar quan s'hagi assolit un acord ampli (*convention*) sobre els elements i les regles del joc.

Per a mi no és dubtós que el nostre pensament procedeix en gran part sense l'ús de símbols (paraules) i més enllà d'això en un grau considerable de manera inconscient. Doncs com s'explica, si no, que de vegades ens «sorprendem» espontàniament d'alguna vivència? Aquesta «sorpresa» sembla que es produeix quan una experiència contradiu una estructura conceptual ja ben assentada en nosaltres. Quan un conflicte d'aquest tipus es viu de manera intensa i profunda, l'impacte en l'esfera de les nostres idees és decisiu. En un cert sentit, l'evolució d'aquesta esfera resulta de la reacció persistent a la «sorpresa».

[FASCINACIONS COGNITIVES PRIMERENQUES: DOS EXEMPLES]

Una sorpresa d'aquest tipus la vaig experimentar de nen, als quatre o cinc anys, quan el meu pare em va ensenyar una brúixola. El fet que l'agulla es comportés d'una manera tan determinada no encaixava gens amb la classe de fenòmens registrats en el món conceptual inconscient (acció vinculada al «contacte»). Encara recordo —o crec recordar— que aquesta experiència em va fer una impressió profunda i duradora. Darrere dels fenòmens hi havia d'haver alguna cosa profundament amagada. Davant allò que l'home ha vist des de ben petit, no reacciona d'aquesta manera: no se sorprèn de la caiguda dels cossos, ni del vent i la pluja, ni tampoc del fet que la Lluna no caigui, ni de la diferència entre l'animat i l'inanimat.

A dotze anys, vaig experimentar una segona sorpresa d'una mena molt diferent: va ser amb un petit llibre sobre geometria euclidiana del pla que vaig aconseguir al començament d'un curs escolar. Hi havia afirmacions gens evidents, com ara que les tres altures d'un triangle es tallen en un punt, que es podien demostrar amb tanta seguretat que semblaven excloure qualsevol dubte. Aquesta claredat i certesa em van fer una impressió indescriptible. No em preocupava que calgués acceptar els axiomes sense demostració. Per a mi era més que suficient poder aconseguir demostracions basades en hipòtesis la validesa de les quals no em semblava dubtosa. Recordo, per exemple, que el teorema de Pitàgores me'l va explicar un dels meus oncles abans que el sagrat llibret de geometria arribés a les meves mans. Després de molt esforç, vaig aconseguir «demostrar» aquest teorema sobre la base de la semblança de triangles, acceptant com a «evident» que les raons dels costats d'un triangle rectangle quedaven completament determinades per un dels angles aguts ($\triangleright$ **2**). Només d'allò que en aquest sentit no em semblava «evident» calia

trobar-ne una prova. La naturalesa dels objectes dels quals tracta la geometria no em semblava diferent de la dels objectes de la percepció sensorial, els «que hom pot veure i tocar». Aquesta concepció primitiva, que segurament és també l'arrel de la famosa qüestió kantiana sobre la possibilitat de «judicis sintètics a priori», es basa naturalment en el fet que la relació dels conceptes geomètrics amb els objectes de l'experiència (barra rígida, segment de recta, etc.) hi era present de manera inconscient.

Si semblava que es podia assolir un coneixement cert sobre objectes empírics a través del mer pensament, aquest «miracle» es basava en un error. Tanmateix, és ben meravellós, per a qui ho experimenta per primera vegada, que es pugui aconseguir, només amb el pensament, un grau de certesa i puresa com el que els grecs ens van mostrar per primera vegada en la geometria.

[NOTA SOBRE EL CREDO EPISTEMOLÒGIC]

Ara que m'he permès interrompre aquesta necrologia amb prou feines començada, m'aventuro a condensar aquí en un parell de frases el meu credo epistemològic, tot i que ja m'hi he referit de passada en el que precedeix. Aquest credo, que es va desenvolupar molt més tard i a poc a poc, no es correspon amb l'actitud que tenia quan era més jove.

A un costat veig la totalitat de les experiències sensorials, a l'altre la dels conceptes i proposicions que estan recollides en els llibres. Les relacions entre conceptes i proposicions són de naturalesa lògica, i el pensament lògic es limita estrictament a establir les connexions de conceptes i proposicions d'acord amb regles convingudes, les quals són l'objecte de la lògica. Els conceptes i proposicions adquireixen «significat» o «contingut» només a través de la seva relació amb experiències sensorials. La connexió entre aquestes i aquelles és purament intuïtiva, no és en si mateixa de naturalesa lògica. Allò que distingeix la buida especulació de la «veritat» científica no és altra cosa que el grau de certesa amb què es pot establir aquesta relació o nexa intuïtiu. El sistema conceptual, juntament amb regles sintàctiques que el regeixen, és una creació dels humans. Tot i que els sistemes conceptuals són en si mateixos completament arbitraris des del punt de vista lògic, estan subordinats a la finalitat de fer viable una coordinació amb la totalitat de les experiències sensorials el més segura (intuïtiva) i completa possible; en segon lloc, aspiren a la màxima economia pel que fa als seus elements lògicament independents (conceptes fonamentals i axiomes), és a dir, conceptes no definits i proposicions no derivades.

Una proposició és correcta quan, dins d'un sistema lògic, es deriva d'acord amb les regles lògiques acceptades. Un sistema té contingut de veritat d'acord amb quin grau de certesa i completesa es pugui coordinar amb la totalitat de l'experiència. Una proposició correcta emmanlleva la seva «veritat» del contingut de veritat del sistema a què pertany.

Una observació sobre el desenvolupament històric. HUME va reconèixer clarament que certs conceptes, com ara la causalitat, no es poden derivar del material empíric utilitzant mètodes lògics. KANT, convençut de la indispensableitat de certs conceptes, els considerava —tal com són seleccionats—

com a premisses necessàries de tot pensament i els distingia dels conceptes d'origen empíric. Tanmateix, estic convençut que aquesta distinció és errònia o, almenys, que no aborda el problema d'una manera natural. Tots els conceptes, fins i tot els més propers a l'experiència, són, des del punt de vista de la lògica, convencions lliurement escollides, exactament igual com en el cas del concepte de causalitat, amb el qual hem encapçalat l'anàlisi d'aquesta problemàtica.

[ESTUDIS]

Ara tornem a l'obituari. Des dels dotze als setze anys, em vaig familiaritzar amb els elements de les matemàtiques, inclosos els principis del càlcul diferencial i integral. Vaig tenir la sort de trobar llibres que no eren gaire estrictes pel que fa al rigor lògic, però que, en canvi, presentaven les idees principals amb claredat. Aquesta ocupació va ser en línies generals veritablement fascinant. Hi va haver aspectes destacats l'impacte dels quals es podria comparar fàcilment amb el de la geometria elemental: la idea bàsica de la geometria analítica, les sèries infinites, els conceptes de diferencial i integral. També vaig tenir la sort de familiaritzar-me amb els resultats i mètodes essencials de totes les ciències naturals en una excel·lent presentació de caràcter divulgador que es limitava gairebé completament a aspectes qualitius (els populars llibres de BERNSTEIN), una obra de cinc o sis volums que vaig llegir amb una impaciència que em deixava sense alè. També havia estudiat una mica de física teòrica i a disset anys vaig entrar a l'Escola Federal Politècnica de Zuric (ETH) com a estudiant de Matemàtiques i Física (▷ [3](#)).

Allà vaig tenir professors excel·lents (HURWITZ i MINKOWSKI per exemple), de manera que verdaderament hauria pogut rebre una profunda educació matemàtica. Tanmateix, fascinat pel contacte directe amb l'experiència, treballava la major part del temps al laboratori de física. La resta del temps el dedicava principalment a estudiar a casa les obres de KIRCHHOFF, HELMHOLTZ, HERTZ, etcètera. La raó per la qual vaig descuidar les matemàtiques fins a cert punt no va ser només perquè el meu interès per les ciències naturals era més fort que per les matemàtiques, sinó també per la següent peculiar constatació: Veia que la matemàtica estava parcel·lada en nombroses especialitats, cadascuna de les quals podia arrabassar-nos el breu temps de vida que ens és concedit, trobant-me així en la situació de l'ase de Buridan, incapaç de decidir-se per cap dels dos feixos de fenc. Això obeïa, evidentment, a què la meua intuïció en el terreny matemàtic no era prou forta per distingir amb seguretat allò que era fonamentalment important i bàsic de tota la resta d'erudició més o menys prescindible. També, a banda d'això, l'interès pel coneixement de la natura era realment més fort, i com a estudiant no tenia clar que l'accés als coneixements fonamentals més profunds de la física estigués lligat als mètodes matemàtics més sofisticats. D'això només me'n vaig adonar gradualment després d'anys de treball científic independent. És ben cert que també la física estava parcel·lada en especialitats i que cadascuna d'elles podia consumir una efímera vida de treball sense haver satisfet la fam

de coneixements més profunds. Aquí era també aclaparadora la massa de dades experimentals insuficientment correlacionades. Però en aquest camp aviat vaig aprendre a buscar allò que podia conduir a les profunditats i a prescindir de tota la resta, de la multitud de coses que abarroten la ment i distreuen d'allò que és essencial. El problema era, és clar, que per als exàmens t'havies d'enfartegar de totes aquestes coses, tant si com no. Aquesta pressió era tan descoratjadora que, després d'aprovar els exàmens finals, no vaig tenir esma per pensar en problemes científics durant tot un any. He de dir, però, que a Suïssa hem patit menys que en molts altres llocs aquesta coacció, que asfixia el veritable impuls científic. Només hi havia dos exàmens. Pel que fa a la resta, un podia fer pràcticament el que volgués, especialment, com era el meu cas, si comptava amb un amic que assistia regularment a classe i n'escrivia escrupolosament els apunts ($\triangleright$ [4]). Això em donava llibertat d'escollir a què em dedicava fins a uns mesos abans dels exàmens, una llibertat que vaig fruir àmpliament i a canvi de la qual acceptava de bon grat, com a mal molt menor, la mala consciència que comportava. És realment un miracle que l'ensenyament modern no hagi encara ofegat del tot la sagrada curiositat de la recerca. Aquesta delicada planta, a més d'estímul, necessita sobretot llibertat, ja que altrament es marceix indefectiblement. És un gran error creure que el gaudi de mirar i buscar es pugui promoure mitjançant la coacció i el sentit del deure. Crec que fins i tot a un animal de presa se li podria suprimir la seva voracitat si se'l pogués obligar, amb l'ajuda d'un fuet, a menjar contínuament quan no té gana, sobretot si el menjar que se li presenta d'aquesta manera s'escollís convenientment. - - -

[FÍSICA A PRINCIPIS DEL SEGLE XX]

Vegem ara l'estat de la física en aquell temps. Malgrat tota la seva fecunditat en els detalls, en qüestions de principi regnava una rigidesa dogmàtica: al principi (si hi hagué una tal cosa), Déu va crear les lleis del moviment de NEWTON juntament amb les indispensables masses i forces. Això és tot: la resta es desprèn per deducció mitjançant la creació de mètodes matemàtics adequats. El que es va aconseguir al segle XIX sobre aquesta base, especialment mitjançant l'aplicació d'equacions en derivades parcials, havia de despertar l'admiració de qualsevol persona receptiva. NEWTON va ser segurament el primer a posar de manifest l'eficiència de les equacions en derivades parcials en la seva teoria de la propagació del so. EULER ja havia establert els fonaments de la hidrodinàmica ($\triangleright$ [5]), però l'elaboració més detallada de la mecànica de masses discretes, com a base de tota la física, es va produir al segle XIX. Tanmateix, el que més impressionava els estudiants no era tant l'estructura tècnica de la mecànica i la resolució de complicats problemes, sinó els èxits de la mecànica en àrees que aparentment no hi tenien res a veure: la teoria mecànica de la llum, que la considerava com un moviment ondulatori d'un èter elàstic quasi rígid, però sobretot la teoria cinètica dels gasos; la independència de la calor específica dels gasos monoatòmics del seu pes atòmic; la derivació de l'equació dels gasos i la seva relació amb la calor específica; la teoria cinètica de la dissociació dels gasos; però sobretot

la relació quantitativa entre viscositat, conducció tèrmica i difusió dels gasos, que també proporcionava la mida absoluta de l'àtom. Aquests resultats recolzaven simultàniament la mecànica com a base de la física i la hipòtesi atòmica, aquesta última ja fermament ancorada en la química. En química, però, només jugaven un paper les raons entre les masses atòmiques, no les seves mides absolutes, de manera que la teoria atòmica es podia considerar més com una ficció il·lustrativa que com a coneixement sobre l'estructura real de la matèria. A part d'això, també tenia un gran interès que la teoria estadística de la mecànica clàssica fos capaç de deduir les lleis fonamentals de la termodinàmica, cosa que en essència ja havia aconseguit BOLTZMANN ($\triangleright$ [6]).

Per tant, no ens hauria de sorprendre que, per dir-ho d'alguna manera, tots els físics del segle passat veiessin en la mecànica clàssica un fonament ferm i definitiu de tota la física, de fet, de tota la ciència natural, ni tampoc que mai no es cansessin d'intentar basar-hi l'electromagnetisme de Maxwell, que a poc a poc s'anava acceptant. Fins i tot MAXWELL i HERTZ, que amb raó apareixen retrospectivament com els que van rompre la confiança en la mecànica com a base definitiva de tot pensament físic, en el seu pensament conscient es van aferrar a la mecànica com a fonament segur de la física. Va ser Ernst MACH, amb la seva *Història de la mecànica*, qui va sacsejar aquesta creença dogmàtica, i és precisament en aquest sentit que aquest llibre va tenir una profunda influència en mi quan era estudiant. Veig la veritable grandesa de MACH en el seu escepticisme i la seva independència insubornables. En la meua joventut, també em va impressionar molt el seu enfocament epistemològic, que, tanmateix, avui em sembla essencialment insostenible. En efecte, MACH no va ressaltar en la seva justa perspectiva el caràcter essencialment constructiu i especulatiu de tot pensament, en particular del pensament científic, i en conseqüència va reprovar la teoria precisament en aquells punts on el caràcter constructiu-especulatiu és clarament manifest, com per exemple en la teoria cinètica dels àtoms.

[SOBRE L'AVALUACIÓ CRÍTICA DE LES TEORIES FÍSQUES]

Abans d'entrar ara en una crítica de la mecànica com a base de la física, primer cal dir algunes paraules sobre els punts de vista segons els quals es poden criticar les teories físiques en general. El primer punt és immediat: la teoria no ha de contradir fets empírics. Per molt obvi que pugui semblar aquest requisit al principi, la seva aplicació resulta ser força subtil, perquè sovint, potser fins i tot sempre, hom pot aferrar-se a una base teòrica general a força d'acomodar-la als fets mitjançant nous supòsits artificials. En qualsevol cas, aquest primer punt de vista té a veure amb la contrastació entre la base teòrica i el material empíric existent.

El segon punt de vista no es refereix a la relació amb el material d'observació, sinó amb les premisses de la mateixa teoria, amb allò que es pot anomenar, ras i curt però vagament, la «naturalitat» o «simplicitat lògica» de les premisses (les nocions fonamentals i les relacions bàsiques entre elles).

Aquest punt de vista, la formulació exacta del qual topa amb grans dificultats, sempre ha jugat un paper important en la selecció i l'avaluació de les teories. Aquí la qüestió no és simplement una mena de recompte de premisses lògicament independents (si és que aquest recompte fos possible), sinó una mena de ponderació recíproca de qualitats incommensurables. A més, entre les teories amb fonaments igualment «simples», s'ha de considerar superior la que més fortament restringeix les possibles qualitats dels sistemes (és a dir, aquella que conté les afirmacions més específiques). No cal que digui res aquí sobre el «domini» de les teories, ja que ens limitem a les teories l'objecte de les quals és la *totalitat* dels fenòmens físics. El segon punt de vista es pot descriure breument com el que s'ocupa de la «perfecció interna» de la teoria, mentre que el primer punt de vista fa referència a la «verificació externa». També considero que el següent forma part de la «perfecció interna» d'una teoria: valorem més una teoria si, des d'un punt de vista lògic, no és el resultat d'una elecció arbitrària entre teories essencialment equivalents i construïdes anàlogament.

No intentaré excusar-me per la manca de nitidesa de les afirmacions contingudes en els dos últims paràgrafs al·legant la manca de suficient espai tipogràfic, però confesso que no podria, sense més preàmbuls, i potser ni tan sols fora possible, substituir aquestes indicacions per definicions més precises. No obstant això, crec que seria possible una formulació més afinada. En qualsevol cas, sembla que hi ha acord majoritari entre els «àugurs» pel que fa a l'avaluació de la «perfecció interna» de les teories, i encara més pel que fa al grau de «verificació externa».

Anem ara a la crítica de la mecànica com a base de la física.

[CRÍTICA DE LA MECÀNICA DES DEL PUNT DE VISTA EXTERN]

Des del primer punt de vista (confrontació amb els fets), la incorporació de l'òptica ondulatoria a la representació mecànica del món plantejava seriosos dubtes. Si la llum s'havia d'entendre com a moviment ondulatori en un cos elàstic (èter), aquest havia de ser un medi omnipresent i, a causa de la transversalitat de les ones de llum, essencialment similar a un cos sòlid, però a més incompressible per evitar la presència d'ones longitudinals. Aquest èter havia de portar una existència fantasmal al marge de la resta de la matèria, ja que semblava no oferir cap resistència als moviments dels cossos «ponderables». Per explicar els índexs de refracció dels cossos transparents així com els processos d'emissió i absorció de la radiació, s'hauria hagut de suposar l'existència d'interaccions enrevesades entre ambdós tipus de matèria, la qual cosa mai es va intentar observar seriosament, i molt menys aconseguir-ho.

A més, les forces electromagnètiques exigien la introducció de masses elèctriques que, tot i no posseir cap inèrcia perceptible, exercien interaccions entre si i, a diferència de la força gravitatòria, aquestes eren de naturalesa polar.

El que de mica en mica va portar els físics, després de moltes vacil·lacions, a abandonar la creença que tota la física podia basar-se en la mecànica newtoniana, va ser l'electrodinàmica de Faraday-Maxwell. Aquesta teoria,

i la seva confirmació pels experiments de HERTZ, van mostrar que hi ha fenòmens electromagnètics que, per la seva pròpia essència, estan deslligats de qualsevol matèria ponderable: ones en l'espai buit que consisteixen en «camps» electromagnètics. Si es volia mantenir la mecànica com a fonament de la física, calia interpretar mecànicament les equacions de Maxwell. Això es va intentar zelosament, però sense èxit, mentre que les equacions es van revelar cada vegada més fructíferes. Hom es va acostumar a operar amb aquests camps com a entitats independents, sense haver de demostrar la seva naturalesa mecànica; així, es va abandonar gairebé inadvertidament la mecànica com a base de la física, perquè la seva adaptació als fets va resultar ser infructuosa. Des de llavors, hi ha hagut dos tipus d'elements conceptuals: d'una banda, punts materials amb forces a distància entre ells, i de l'altra, el camp continu. És un estat intermedi de la física sense una base unificada per al tot, un estat insatisfactori que està lluny de ser superat. - - -

[CRÍTICA DE LA MECÀNICA DES DEL PUNT DE VISTA INTERN]

Ara, alguns comentaris a la crítica de la mecànica com a fonament de la física des de la segona perspectiva, la «interna». En l'estat actual de la ciència, és a dir, després d'abandonar el fonament mecànic, aquesta crítica només té un interès metodològic. Tanmateix, és força adequada per mostrar un tipus d'argumentació que haurà de tenir, en la selecció de teories en el futur, un paper cada cop més important a mesura que els conceptes i axiomes bàsics s'allunyen del que és directament perceptible, de manera que la confrontació de les implicacions de la teoria amb els fets esdevé cada cop més difícil i prolixa. En primer lloc, cal esmentar l'argument de MACH, que, dit sigui de passada, ja havia estat clarament reconegut per NEWTON (experiment de la galleda). Tots els sistemes de coordenades «rígids» són lògicament equivalents entre si des del punt de vista de la descripció purament geomètrica. Les equacions de la mecànica (la llei d'inèrcia, per exemple) només afirmen la seva validesa respecte a una classe especial d'aquests sistemes, és a dir, respecte dels «sistemes inercials». El sistema de coordenades, com a objecte material, és aquí irrellevant. Així que és necessari buscar, per justificar la necessitat d'aquesta elecció concreta, alguna cosa fora dels objectes (masses, distàncies) considerats per la teoria. Per aquesta raó, NEWTON va introduir explícitament l'«espai absolut» com a factor causal determinant, el participant actiu i omnipresent en tots els processos mecànics; per «absolut» evidentment volia dir que no es veia afectat per les masses ni pels seus moviments. La situació és particularment desplaent pel fet que se suposa que hi ha infinits sistemes inercials que es mouen uniformement i sense rotació els uns respecte als altres i que es poden distingir de tots els altres sistemes rígids.

MACH va conjecturar que en una teoria veritablement raonable, la inèrcia, igual que les altres forces de NEWTON, s'hauria de basar en la interacció de les masses, un punt de vista que durant molt de temps vaig considerar correcte en principi. Tanmateix, pressuposa implícitament que la teoria bàsica hauria de ser del tipus general de la mecànica newtoniana, és a dir, amb

les masses i les interaccions recíproques com a conceptes originals. Aquest intent de solució no encaixa en una teoria de camps coherent, com es constata immediatament.

Quant convincent és, en essència, la crítica de MACH ho posa de manifest amb especial claredat l'analogia següent. Imaginem una mecànica construïda per persones que només coneixen una petita part de la superfície terrestre i que no poden veure cap estrella. Aquesta gent es decantarà per atribuir propietats físiques especials a la dimensió vertical de l'espai (direcció de l'acceleració gravitatòria) i justificarà, amb aquesta base conceptual, la conclusió que la terra és predominantment horitzontal. Possiblement no es deixaran convèncer per l'argument que l'espai és isòtrop pel que fa a les seves propietats geomètriques i que, per tant, no és satisfactori establir lleis físiques fonamentals segons les quals hi hauria d'haver una direcció preferida; probablement s'inclinaran (igual que NEWTON amb l'espai) a declarar que la vertical és absoluta, que l'experiència ho demostra i que cal acceptar-ho. La preferència per la vertical sobre totes les altres direccions espacials és exactament anàloga a la preferència pels sistemes inercials sobre altres sistemes de coordenades rígids.

Passem ara a altres arguments que també es refereixen a la simplicitat interna o naturalitat de la mecànica. Si s'accepten els conceptes d'espai (inclosa la geometria) i de temps sense dubtes crítics, llavors no hi ha realment cap raó per objectar al supòsit de forces a distància, fins i tot si aquest concepte no encaixa amb les idees que hom es forma a partir de l'experiència quotidiana. No obstant això, hi ha una altra consideració que fa que la mecànica, entesa com la base de la física, sembli primitiva. Hi ha essencialment dues lleis:

- 1) La llei del moviment.
- 2) L'expressió de la força o l'energia potencial.

La llei del moviment és precisa, però també buida mentre no es doni l'expressió per a les forces. Ara bé, a l'hora de postular aquestes forces hi ha un ampli marge de discrecionalitat, sobretot si es prescindeix del requisit —de fet gens natural— que només depenguin de les coordenades (i no, per exemple, de les seves derivades respecte al temps). En el marc de la teoria és en realitat força arbitrari que les forces gravitatòries (i elèctriques) que emanen d'un punt vinguin governades per la funció potencial ($1/r$). Una observació addicional: se sap des de fa molt temps que aquesta funció és la solució esfèricament simètrica de l'equació diferencial més simple (invariant per rotacions) $\Delta\phi = 0$; per tant, hauria estat immediat interpretar-ho com a senyal que aquesta funció s'hauria de considerar determinada per una llei espacial, amb la qual cosa s'hauria eliminat l'arbitrarietat en l'elecció de la llei de força. Aquesta és, de fet, la primera idea que suggereix abandonar la teoria de les forces a distància, un desenvolupament que —iniciat per FARADAY, MAXWELL i HERTZ— comença més tard sota la pressió externa de fets empírics.

Així mateix, voldria esmentar, com a asimetria interna de la teoria, que la massa inercial que forma part de la llei del moviment també apareix a

la llei de la força gravitatòria, però no en l'expressió de les altres lleis de força. Finalment, voldria assenyalar que la divisió de l'energia en dues parts essencialment diferents, energia cinètica i energia potencial, s'ha de percebre com a antinatural; H. HERTZ va trobar això tan inquietant que en el seu darrer treball va intentar alliberar la mecànica del concepte d'energia potencial (és a dir, del concepte de força). - - -

[INTERLUDI]

Ja n'hi ha prou. NEWTON, perdona'm: tu vas descobrir l'únic camí que encara era possible en el teu temps per a un home amb les més altes capacitats intel·lectuals i creatives. Els conceptes que vas crear encara guien el nostre pensament físic, tot i que ara sabem, si aspirem a una comprensió més profunda de les seves interrelacions, que cal substituir-los per d'altres més allunyats de l'esfera de l'experiència immediata (> 7).

«No volia ser això un obituari?», es pot preguntar atònit el lector. Essencialment sí, m'agradaria respondre. Perquè l'essència de l'existència d'una persona de la meua espècie rau en *què* pensa i *com* ho pensa, no en allò que faci o pateixi. D'aquí que la necrologia es pugui limitar bàsicament a compartir pensaments que van tenir un paper significatiu en els meus afanyos. Una teoria és tant més impressionant com més simples siguin les seves premisses, com més diverses siguin les coses que connecti entre si, i com més ampli sigui el seu àmbit d'aplicació. D'aquí la profunda impressió que em va causar la termodinàmica clàssica. És l'única teoria física de contingut general de la qual estic convençut que, dins l'àmbit d'aplicabilitat dels seus conceptes bàsics, mai serà superada (per a l'atenció especial dels escèptics per principi).

[ELECTROMAGNETISME]

El tema més fascinant en la meua època d'estudiant era la teoria de Maxwell. El que li atorgava un caire revolucionari va ser la transició de les forces d'acció a distància als camps com a magnituds fonamentals. La integració de l'òptica a la teoria de l'electromagnetisme, amb la seva relació entre la velocitat de la llum i el sistema absolut d'unitats de mesura elèctrica i magnètica, així com la relació entre l'índex de refracció i la constant dielèctrica, i la relació qualitativa entre la reflectivitat i la conductivitat metàl·lica d'un cos, van ser com una revelació. A part de la transició a la teoria de camps, és a dir, l'expressió de les lleis elementals mitjançant equacions diferencials, a MAXWELL només li calgué un pas hipotètic: la introducció del corrent de desplaçament elèctric en el buit i en els dielèctrics i el seu efecte magnètic, una innovació que gairebé estava prescrita per les propietats formals de les equacions diferencials. En aquest context, no puc deixar d'observar la notable similitud interna del parell FARADAY-MAXWELL amb el parell GALILEO-NEWTON: el primer de cada parell va captar intuïtivament les relacions, el segon les va formular amb rigor i les va aplicar quantitativament.

El que dificultava la comprensió de la naturalesa de la teoria electromagnètica en aquell moment era la següent circumstància peculiar. Les «intensitats de camp» i els «desplaçaments» elèctrics o magnètics eren tractats

com a magnituds igualment elementals, i l'espai buit es considerava un cas especial d'un cos dielèctric. La *matèria* apareixia com a portadora del camp, no l'*espai*. Això implicava que el portador del camp posseïa un estat de velocitat, i, naturalment, el mateix també havia de ser vàlid per al «buit» (èter). L'electrodinàmica dels cossos en moviment de HERTZ es basa enterament en aquesta suposició fonamental.

Va ser el gran mèrit d'H. A. LORENTZ aconseguir aquí un canvi d'una manera convincent. En principi, segons ell, hi ha un camp només en l'espai buit. La matèria, formada per àtoms, és l'únic suport de les càrregues elèctriques; entre les partícules materials hi ha l'espai buit, la seu del camp electromagnètic, que és generat per la posició i la velocitat de les càrregues puntuals de les partícules materials. La dielectricitat, la conductivitat, etcètera estan exclusivament determinades pel tipus d'enllaç mecànic de les partícules de què es componen els cossos. Les càrregues de les partícules generen el camp, que al seu torn exerceix forces sobre aquestes càrregues de les partícules, determinant els moviments d'aquestes últimes segons la llei del moviment de NEWTON. Si comparem això amb el sistema de NEWTON, el canvi rau en això: les forces a distància són substituïdes pel camp, el qual també descriu la radiació. Normalment, no es té en compte la gravitació, a causa de la seva relativa petitesa, però sempre era possible incloure-la enriquint l'estructura del camp, és a dir, ampliant les lleis de Maxwell. La generació actual de físics considera el punt de vista assolit per LORENTZ com l'únic possible, però en el seu moment va ser un pas sorprenent i audaç, sense el qual els desenvolupaments posteriors no haurien estat possibles.

Si s'examina críticament aquesta fase del desenvolupament de la teoria, hom s'adona del dualisme que suposa usar al mateix temps, com a conceptes elementals, el punt material en el sentit newtonià i el camp continu. L'energia cinètica i l'energia del camp apareixen com a coses fonamentalment diferents. Això sembla tant més insatisfactori quan, segons la teoria de Maxwell, el camp magnètic d'una càrrega elèctrica en moviment comporta inèrcia. Per què no *tota* la inèrcia? Aleshores només hi hauria energia del camp, la partícula seria simplement una regió amb una densitat d'energia del camp particularment alta i hom podria esperar deduir el concepte de partícula puntual, juntament amb les equacions del seu moviment, a partir de les equacions del camp, amb la qual cosa s'eludiria l'enutjós dualisme.

H. A. LORENTZ ho sabia molt bé. Tanmateix, les equacions de Maxwell no permetien derivar l'equilibri de l'electricitat [càrrega elèctrica] que constitueix una partícula. Potser només es podria aconseguir amb equacions *no lineals* de camp, però no hi havia cap mètode per descobrir aquestes equacions sense caure en incertes eleccions poc fonamentades. En qualsevol cas, estava justificat creure que continuant el camí iniciat amb tant d'èxit per FARADAY i MAXWELL es podria trobar gradualment una nova base segura per a tota la física. - - -

[LA REVOLUCIÓ DE PLANCK: ELS QUANTA]

Així que la revolució iniciada amb la introducció del camp no havia fet més que començar. Amb independència d'això, cap al tombant de segle va començar una segona crisi fonamental, la transcendència de la qual es va fer evident sobtadament a través de les investigacions de Max PLANCK sobre la radiació tèrmica (1900). La història d'aquest episodi és encara més remarcable perquè, almenys en les seves primeres etapes, no hi va influir cap descobriment sorprenent de naturalesa experimental.

KIRCHHOFF havia conclòs, amb arguments de termodinàmica, que la densitat d'energia i la composició espectral de la radiació dins una cavitat tancada per parets aïllants a la temperatura absoluta T eren independents de la naturalesa de les parets. És a dir, la densitat de la radiació és definida per una funció universal ρ de la freqüència ν i de la temperatura absoluta T . Es va plantejar així l'interessant problema de determinar aquesta funció $\rho(\nu, T)$. Teòricament, què es podria esbrinar sobre aquesta funció? Segons la teoria de Maxwell, la radiació havia d'exercir una pressió sobre les parets determinada per la densitat d'energia total. A partir d'això, BOLTZMANN va concloure, amb raonaments purament termodinàmics, que la densitat d'energia total de la radiació ($\int \rho d\nu$) havia de ser proporcional a T^4 . D'aquesta manera va trobar una justificació teòrica, en el marc de la teoria de Maxwell, per a una llei que STEFAN ja havia descobert empíricament. Llavors W. WIEN va descobrir, mitjançant una enginyosa consideració termodinàmica, i usant també la teoria de Maxwell, que la funció universal ρ de les dues variables ν i T havia de tenir la forma

$$\rho \approx \nu^3 f\left(\frac{\nu}{T}\right),$$

on $f(\nu/T)$ designa una funció universal de l'única variable ν/T . Era clar que la determinació teòrica d'aquesta funció universal f tenia una importància fonamental, i aquesta era precisament la tasca a la qual s'enfrontava PLANCK. Mesures acurades havien conduït a una determinació empírica força precisa de la funció f . Basant-se en aquestes mesures empíriques, en primer lloc va aconseguir trobar una expressió que reflectia força bé les mesures:

$$\rho = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{\exp(h\nu/kT) - 1},$$

on h i k són dues constants universals, la primera de les quals va conduir a la teoria quàntica ($\triangleright$ [8]). Aquesta fórmula sembla una mica estranya a causa del denominador. Se'n podia trobar una justificació teòrica? De fet PLANCK va aconseguir-la, i la circumstància que les seves imperfeccions romanguessin inicialment ocultes fou després una veritable sort per al desenvolupament de la física. Si aquesta fórmula era correcta, permetia calcular, amb l'ajuda de la teoria de Maxwell, l'energia mitjana E d'un oscil·lador quasi monocromàtic situat en el camp de radiació:

$$E = \frac{h\nu}{\exp(h\nu/kT) - 1}.$$

PLANCK va preferir intentar calcular teòricament aquesta última quantitat. En aquest afany ja no servia la termodinàmica ni tampoc la teoria de Maxwell. El que era increïblement encoratjador d'aquesta fórmula era el següent fet: per a valors elevats de temperatura (a ν fixada), donava l'expressió

$$E = kT.$$

Aquesta expressió és anàloga a la que la teoria cinètica dels gasos proporciona per a l'energia mitjana d'una massa puntual que oscil·la elàsticament en una dimensió. En aquesta teoria s'obté

$$E = (R/N) T.$$

on R és la constant de l'equació dels gasos i N el nombre de molècules per mol, constant que proporciona la mida absoluta de l'àtom. Igualant les dues expressions s'obté

$$N = R/k.$$

Així doncs, una constant de la fórmula de Planck proporciona exactament la veritable mida de l'àtom. El valor numèric coincidia satisfactòriament amb les determinacions de N mitjançant la teoria cinètica dels gasos, valors que, tanmateix, no eren gaire precisos.

Això va ser un gran èxit i PLANCK se n'adonà clarament. Nogensmenys, el cas tenia un caràcter dubtós que afortunadament PLANCK va passar per alt al principi. En efecte, el raonament exigeix que la relació $E = kT$ sigui també vàlida per a baixes temperatures, però aleshores la fórmula de Planck i la constant h ja no tindrien sentit. Així doncs, la conclusió correcta de la teoria existent hauria estat: o bé l'energia cinètica mitjana de l'oscil·lador ve donada incorrectament per la teoria dels gasos, cosa que refutaria la mecànica [estadística]; o bé l'energia mitjana de l'oscil·lador no ve donada correctament per la teoria de Maxwell, la qual cosa seria una refutació d'aquesta teoria. En aquestes circumstàncies, és molt probable que ambdues teories només fossin correctes en el límit, però falses de totes maneres; aquest és el cas, com veurem més endavant. Si PLANCK hagués procedit d'aquesta manera, potser no hauria fet el seu gran descobriment, ja que el seu raonament hauria perdut tot fonament.

[EL PAPER CRUCIAL DE BOLTZMANN]

Tornem ara al raonament de PLANCK. BOLTZMANN havia descobert, basant-se en la teoria cinètica dels gasos, que l'entropia, llevat d'un factor constant, era igual al logaritme de la «probabilitat» de l'estat en qüestió ($\triangleright$ [9]). Així va copsar la naturalesa dels processos «irreversibles» en el sentit de la termodinàmica. Però des d'un punt de vista de la mecànica molecular tots els processos són reversibles. Si d'un estat definit dins la teoria molecular en diem estat descrit microscòpicament o, per abreviar, un microestat, i d'un estat descrit en el sentit de la termodinàmica, un macroestat, aleshores un estat macroscòpic inclou un nombre enorme (Z) de microestats. El nombre Z és llavors la mesura de la probabilitat del macroestat considerat. Aquesta

idea també sembla tenir una extraordinària significació, ja que la seva aplicabilitat no es limita a descripcions microscòpiques basades en la mecànica. PLANCK es va adonar d'aquesta eventualitat i va aplicar el principi de Boltzmann a un sistema compost d'un gran nombre de ressonadors de la mateixa freqüència ν . Un estat macroscòpic és definit per l'energia total d'oscil·lació de tots els ressonadors i un microestat per l'especificació de l'energia (instantània) de cada ressonador. Per expressar el nombre de microestats que pertanyen a un macroestat mitjançant un nombre finit, va dividir l'energia total en un nombre gran, però finit d'elements d'energia igual ξ i es va preguntar: De quantes maneres es poden distribuir aquests elements d'energia entre els ressonadors? El logaritme d'aquest nombre proporciona aleshores l'entropia i , per tant (per via termodinàmica) la temperatura del sistema. PLANCK va obtenir la seva fórmula de la radiació en prendre com a valor dels seus elements d'energia $\xi = h\nu$. El punt crucial aquí és que el resultat depèn de prendre un cert valor finit per a ξ (i no passar al límit $\xi \rightarrow 0$). Aquesta forma de raonament no revela immediatament que contradiu la base mecànica i electrodinàmica en què es basa la derivació. En realitat, però, la derivació pressuposa implícitament que cada ressonador només pot absorbir i emetre energia en «quanta» de mida $h\nu$, de manera que tant l'energia d'una estructura mecànica oscil·lant com la de la radiació només es poden convertir en aquests quanta, la qual cosa contradiu les lleis de la mecànica i l'electrodinàmica. Aquí, la contradicció amb la dinàmica era fonamental, mentre que la contradicció amb l'electrodinàmica podia ser-ho menys, ja que l'expressió de la densitat de l'energia de la radiació és certament *compatible* amb les equacions de Maxwell, però no n'és una conseqüència necessària. Que aquesta expressió proporciona valors mitjans substancials ho prova el fet que les lleis de Stefan-Boltzmann i de Wien que s'hi basen, concorden amb l'experiència.

Tot això ja em va quedar clar poc després de la publicació de l'obra fonamental de PLANCK, de manera que vaig poder veure, sense tenir cap substitut per a la mecànica clàssica, a quines conseqüències porta aquesta llei de la radiació tèrmica per a l'efecte fotoelèctric i altres fenòmens relacionats amb la transformació de l'energia radiant, així com per a la calor específica (especialment) dels cossos sòlids. Tanmateix, tots els meus intents d'adaptar el fonament teòric de la física a aquestes idees van fracassar completament. Era com si t'haguessin tret el terra de sota els peus, sense albirar cap terreny sòlid sobre el qual es pogués construir. Que aquest fonament fluctuant i contradictori fos suficient perquè un home amb el singular instint i sensibilitat de BOHR descobrís les lleis fonamentals que regeixen les línies espectrals i les capes electròniques dels àtoms, juntament amb la seva importància per a la química, em semblava un miracle, i encara m'ho sembla avui. Aquesta és la musicalitat més elevada en el regne del pensament.

[EINSTEIN AGAFA EL RELLEU]

El meu propi interès en aquells anys no es va centrar gaire en les conseqüències concretes dels resultats de PLANCK, per importants que poguessin haver estat. La meua pregunta principal era: quines conclusions generals es

poden extreure de la fórmula de la radiació pel que fa a l'estructura de la radiació i, en general, pel que fa als fonaments electromagnètics de la física? Abans d'entrar en aquest tema, he d'esmentar breument algunes investigacions relacionades amb el moviment brownià i problemes afins (fenòmens de fluctuacions) i que es basen principalment en la mecànica molecular clàssica. Desconeixent les exhaustives investigacions de BOLTZMANN i GIBBS publicades anteriorment, vaig desenvolupar la mecànica estadística i, amb aquesta base, la teoria cineticomolecular de la termodinàmica ($\triangleright$ [10]). El meu objectiu principal era trobar fets que asseguressin tant com fos possible l'existència d'àtoms de mida finita i determinada. En fer-ho, vaig descobrir que, segons la teoria atomística, hi havia d'haver un moviment observable de partícules microscòpiques en suspensió, sense saber que les observacions del «moviment brownià» eren conegudes des de feia temps. La derivació més senzilla es basava en la següent consideració. Si la teoria cinètica molecular és essencialment correcta, llavors una suspensió de partícules visibles ha de tenir una pressió osmòtica ($\triangleright$ [11]) que satisfaci les lleis dels gasos, igual que la té una solució de molècules. Aquesta pressió osmòtica depèn de la mida real de les molècules, és a dir, del nombre de molècules en un gram equivalent. Si la suspensió té una densitat no uniforme, la variabilitat espacial resultant d'aquesta pressió osmòtica dona lloc a un moviment de difusió compensador, que es pot calcular a partir de la mobilitat coneguda de les partícules. D'altra banda, aquest procés de difusió també es pot entendre com el resultat del desplaçament irregular, i en principi de magnitud desconeguda, de les partícules en suspensió sota l'efecte de l'agitació tèrmica. Igualant els valors del flux de difusió obtinguts per ambdues consideracions, s'obté quantitativament la llei estadística per a aquests desplaçaments, és a dir, la llei del moviment brownià. La concordança d'aquesta consideració amb l'experiència, juntament amb la determinació de PLANCK de la veritable mida molecular a partir de la llei de la radiació (per a altes temperatures), va convèncer els nombrosos escèptics d'aquella època (OSTWALD, MACH) de la realitat dels àtoms. L'aversion d'aquests investigadors cap a la teoria atòmica sens dubte era deguda a la seva actitud filosòfica positivista. Aquest és un exemple interessant de com fins i tot científics d'esperit audaç i instint fi poden veure's limitats pels seus prejudicis filosòfics a l'hora d'interpretar els fets. El prejudici —que des d'aleshores encara no s'ha extingit— rau en la creença que els fets per si sols, sense una lliure construcció conceptual, poden i han de proporcionar coneixement científic. Aquest engany només és possible perquè costa adonar-se de la tria lliure d'alguns conceptes, els quals semblen vinculats, per la seva validació i ús prolongat, directament al material empíric.

A partir d'aquest coneixement, es pot establir un mètode relativament directe per deduir propietats de la radiació a partir de la fórmula de Planck. En efecte, es pot inferir que en un espai ple de radiació, un mirall que reflecteixi quasi monocromàticament i que tingui llibertat de moviment (perpendicularment al seu pla) ha d'executar una espècie de moviment brownià l'energia cinètica mitjana del qual és igual a $\frac{1}{2} (R/N) T$ (R = constant dels gasos per a

una molècula-gram, N = nombre de molècules en un mol, T = temperatura absoluta). Si la radiació no estigués subjecta a fluctuacions locals, el mirall s'aturaria gradualment perquè, com a resultat del seu moviment, reflectiria més radiació a la seva cara frontal que a la posterior. Tanmateix, el mirall ha d'experimentar certes fluctuacions irregulars en la pressió que actua sobre ell (fluctuacions que es poden calcular amb la teoria de Maxwell) a causa de la interferència dels paquets d'ones que constitueixen la radiació. Doncs bé, aquest càlcul mostra que aquestes fluctuacions de pressió (especialment a baixes densitats de radiació) no són de cap manera suficients per impartir l'energia cinètica mitjana $\frac{1}{2} (R/N) T$ al mirall. Per obtenir aquest resultat, cal suposar que hi ha un segon tipus de fluctuacions de la pressió no deduïbles de la teoria de Maxwell i que corresponen al supòsit que l'energia de radiació consisteix en quanta localitzats puntualment d'energia $h\nu$ (i moment $h\nu/c$, (c = velocitat de la llum)) que es reflecteixen indivisos. Aquesta consideració va mostrar de manera dràstica i directa que s'havia d'atribuir una mena de realitat immediata als quanta de PLANCK, i que la radiació ha de tenir, per tant, una mena d'estructura molecular pel que fa a l'energia, la qual cosa contradiu naturalment la teoria de Maxwell. Al mateix resultat conduïen també certes consideracions sobre la radiació basades directament en la relació entropia-probabilitat de BOLTZMANN (probabilitat = freqüència temporal estadística, $\triangleright$ [12]). Aquesta doble naturalesa de la radiació (i dels corpuscles materials) és una propietat primordial de la realitat que la mecànica quàntica ha interpretat d'una manera enginyosa i sorprenentment reeixida. Aquesta interpretació, que gairebé tots els físics contemporanis consideren essencialment definitiva, em sembla només una solució temporal; més endavant faré alguns comentaris al respecte. - - - ($\triangleright$ [13])

[PRIMERS PASSOS EN LA RELATIVITAT ESPECIAL]

Reflexions d'aquesta mena em van deixar clar, poc després del 1900, és a dir, poc després de publicar-se l'innovador treball de PLANCK, que ni la mecànica ni l'electrodinàmica (excepte en casos límit) podien pretendre una validesa exacta. A poc a poc, però, vaig anar perdent l'esperança de poder descobrir les veritables lleis mitjançant esforços constructius basats en fets coneguts. Com més temps i més desesperadament ho intentava, més em convenia que tan sols el descobriment d'un principi formal general ens podia conduir a resultats segurs. Com a model contemplava la termodinàmica, on el principi general s'enunciava amb aquesta afirmació: «Les lleis de la natura són tals que és impossible construir un *perpetuum mobile* (ni de primera ni de segona espècie)» ($\triangleright$ [14]). Però com es pot trobar un principi general d'aquest tipus? Un principi d'aquesta mena va sorgir després de deu anys de reflexió a partir d'una paradoxa amb la qual ja havia topat a 16 anys: si persegueixo un raig de llum a la velocitat c (velocitat de la llum en el buit), l'hauria de percebre com una ona electromagnètica estacionària. Però tal cosa no sembla que existeixi, ni sobre la base de l'experiència ni segons les equacions de Maxwell. Des del principi em va semblar intuïtivament clar que, jutjant des

de la perspectiva d'un tal observador, tot semblaria seguir les mateixes lleis que per a un observador en repòs respecte a la Terra. Perquè, com podria el primer observador saber o ser capaç de determinar que es troba en un estat de moviment ràpid i uniforme?

Es pot veure que aquesta paradoxa ja conté les llavors de la teoria especial de la relativitat. Avui, és clar, tothom sap que tots els intents d'explicar satisfactòriament aquesta paradoxa estaven condemnats al fracàs mentre l'axioma del caràcter absolut del temps, o més aviat, de la simultaneïtat, romanagués no identificat i ancorat a l'inconscient. En realitat, identificar clarament aquest axioma i la seva discrecionalitat ja significa la solució del problema. En el meu cas, el pensament crític que calia per descobrir aquest punt central el va fomentar especialment i decisivament la lectura dels escrits filosòfics de David HUME i Ernst MACH. (▷ [15](#)).

Calia aclarir què significaven en física les coordenades espacials i el valor temporal d'un esdeveniment. La interpretació física de les coordenades espacials pressuposava un cos de referència rígid, que a més havia d'estar en un estat de moviment més o menys definit (sistema inercial). Per a un sistema inercial donat, les coordenades denotaven els resultats de certes mesures amb barres rígides (en repòs). (Cal tenir sempre present que el supòsit de l'existència, en principi, de barres rígides és una hipòtesi suggerida per l'experiència aproximada, però que en el fons és arbitrària.) Amb aquesta interpretació de les coordenades espacials, la qüestió de la validesa de la geometria euclidiana esdevé un problema físic.

Si ara s'intenta interpretar el temps d'un esdeveniment de manera anàloga, es necessita un mitjà per mesurar la diferència de temps (un procés periòdic intrínsecament determinat i materialitzat per un sistema de dimensions espacials prou petites). Un rellotge disposat en repòs respecte al sistema inercial defineix un temps local. El conjunt dels temps locals de tots els punts espacials són el «temps propi» del sistema inercial escollit, sempre que a més s'hagi donat un mitjà per «coordinar» aquests rellotges entre si. Es veu que no és necessari *a priori* que els «temps» així definits per diferents sistemes inercials coincideixin entre si. Això s'hauria advertit fa molt de temps si en l'experiència pràctica quotidiana la llum no hagués amagat (a causa de l'alt valor de c) que era el mitjà per establir la simultaneïtat absoluta.

La suposició de l'existència (en principi) de regles i de rellotges (ideals o perfectes) no són independents, perquè un senyal lluminós que és reflectit repetidament (anada i tornada) entre els extrems d'una vareta rígida constitueix un rellotge ideal, sempre que el postulat de la constància de la velocitat de la llum en el buit no porti a contradiccions.

La paradoxa anterior ara es pot formular de la següent manera. D'acord amb les regles utilitzades en la física clàssica per connectar les coordenades espacials i el temps dels esdeveniments en passar d'un sistema inercial a un altre, els dos enunciat:

- 1) Constància de la velocitat de la llum;

- 2) Independència de les lleis (i també, per tant, la llei de la constància de la velocitat de la llum) respecte a l'elecció del sistema de referència inercial (principi de la relativitat especial)

són mútuament incompatibles (tot i que els dos, per separat, estan ratificats per l'experiència).

[LA TEORIA DE LA LA RELATIVITAT ESPECIAL]

La idea en què es basa la teoria de la relativitat especial és aquesta: els supòsits 1) i 2) són mútuament compatibles si s'utilitzen noves relacions («transformacions de Lorentz») per a la conversió de les coordenades i el temps dels esdeveniments. Donada la interpretació física de les coordenades i el temps, això no significa només un pas convencional, sinó que implica certes hipòtesis sobre el comportament real dels regles i dels rellotges en moviment que es poden confirmar o refutar experimentalment (▷ [16](#)).

El principi general de la teoria de la relativitat especial l'expressa el postulat següent: les lleis de la física són invariants respecte a les transformacions de Lorentz (per al pas d'un sistema inercial a qualsevol altre sistema inercial). És un principi restrictiu per a les lleis de la natura, comparable al principi restrictiu en què es basa la termodinàmica: el de la no existència d'un *perpetuum mobile*.

Abans de res, una observació sobre la relació de la teoria amb l'«espai quadridimensional». És un error molt difós creure que la teoria de la relativitat especial va descobrir o introduir d'alguna manera la quadridimensionalitat del continu (▷ [17](#)) físic. Naturalment, aquest no és el cas. La mecànica clàssica també es basa en el continu quadridimensional de l'espai i el temps, però en aquest continu de la física clàssica les «seccions» de valor temporal constant tenen una realitat absoluta, és a dir, independent de l'elecció del sistema de referència. Amb això, el continu quadridimensional es descompon naturalment en un de tridimensional i un altre d'unidimensional (el temps), de manera que la visió quadridimensional no s'imposa amb *caràcter necessari*. La teoria especial de la relativitat, en canvi, crea una dependència formal entre el mode i manera com s'han d'incorporar en les lleis de la natura les coordenades espacials, d'una banda, i la coordenada temporal, de l'altra.

La important contribució de MINKOWSKI a la teoria rau en el següent: abans de la seva investigació, calia aplicar una transformació de Lorentz a una llei per tal de comprovar la seva invariància respecte a aquestes transformacions, mentre que ell va aconseguir introduir un formalisme en què la mateixa forma matemàtica de la llei garanteix la invariància respecte a les transformacions de Lorentz. Mitjançant la creació d'un càlcul tensorial quadridimensional, va aconseguir per a l'espai de quatre dimensions el mateix que aconseguia el càlcul vectorial usual per a tres dimensions espacials. També va demostrar que la transformació de Lorentz (a part d'un signe diferent causat per la naturalesa especial del temps) no és res més que una rotació del sistema de coordenades en un espai de quatre dimensions (▷ [18](#)).

Primer, una observació crítica sobre la teoria tal com s'ha caracteritzat anteriorment. És sorprenent que la teoria (a part de l'espai quadridimensional) introdueixi dos tipus d'entitats físiques: 1) regles i rellotges, i 2) totes les altres coses, per exemple el camp electromagnètic, el punt material, etcètera. En cert sentit, això és inconsistent; pròpiament, els regles i els rellotges s'haurien de representar com a solucions de les equacions fonamentals (objectes que consisteixen en estructures atomístiques en moviment), no com a entitats en certa manera autònomes des del punt de vista teòric. Tot i això, el procediment es justifica pel fet que, des d'un principi, va quedar clar que els postulats de la teoria no eren prou forts per deduir-ne equacions suficientment completes per als processos físics. Aquests processos havien d'estar prou lliures d'arbitrarietat per permetre establir una teoria d'instruments de mesura i rellotges sobre aquesta base. Si no es volia renunciar completament a una interpretació física de les coordenades (cosa que en si seria possible), era millor permetre aquesta inconseqüència, però amb l'obligació d'eliminar-la en una etapa posterior de la teoria. Ara bé, no s'ha de legitimar el pecat esmentat fins al punt d'imaginar, posem per cas, que les distàncies són entitats físiques d'un tipus especial, essencialment diferents d'altres magnituds físiques («reduir la física a la geometria», etcètera. ▷ [19](#)). Preguntem-nos ara sobre les troballes de caràcter definitiu que la física deu a la teoria especial de la relativitat.

- 1) No hi ha simultaneïtat d'esdeveniments distants; per tant, no existeix cap acció immediata a distància en el sentit de la mecànica newtoniana. La introducció d'efectes a llarga distància que es propaguin a la velocitat de la llum continua sent concebible segons aquesta teoria, però sembla poc natural perquè en una teoria semblant no hi podria haver cap expressió raonable per al principi [de conservació] de l'energia. Per tant, sembla inevitable que la realitat física s'hagi de descriure mitjançant funcions espacials contínues. El punt material, doncs, ja no s'hauria de considerar com un concepte fonamental de la teoria.
- 2) Els principis de conservació del moment i de conservació de l'energia es fusionen en una sola llei. La massa inercial d'un sistema tancat és idèntica a la seva energia, de manera que la massa ja no és un concepte independent.

Remarca: La velocitat de la llum c és una de les quantitats que apareix a les equacions físiques com a «constant universal». Ara bé, si en lloc del segon s'introdueix com a unitat el temps que triga la llum a recórrer 1 cm, llavors c ja no apareix a les equacions. En aquest sentit, es pot dir que la constant c només és una constant universal *aparent*.

És obvi i generalment acceptat que dues altres constants universals es podrien eliminar de la física introduint unitats «naturals» escollides adequadament (per exemple, la massa i el radi de l'electró) en lloc del gram i el centímetre (▷ [20](#)).

Si hom imagina això a la pràctica, en les equacions fonamentals de la física només hi podrien aparèixer constants «adimensionals». Referent a això,

voldria exposar una convicció que, de moment, no es pot basar en res més que en la confiança en la simplicitat, o fins i tot en la comprensibilitat de la natura: aquestes constants *arbitràries* no existeixen, és a dir, la naturalesa té una estructura tal que es poden establir lleis lògicament determinades per ella en les quals només poden intervenir constants completament determinades de manera racional (constants, per tant, els valors numèrics de les quals no es poden modificar sense destruir la mateixa teoria). - - -

[ELECTROMAGNETISME I RELATIVITAT]

La teoria especial de la relativitat deu el seu origen a les equacions de Maxwell del camp electromagnètic. Viceversa, aquestes últimes només s'entenen formalment de manera satisfactòria a través de la teoria especial de la relativitat. Són les equacions de camp invariants Lorentz més senzilles que es poden formular per a un tensor antisimètric derivat d'un camp vectorial. Això seria satisfactori en si mateix si no sabéssim, a partir dels fenòmens quàntics, que la teoria de Maxwell no fa justícia a les propietats energètiques de la radiació. Pel que fa a com es podria modificar la teoria de Maxwell de manera natural, la relativitat especial no proporciona pistes suficients, ni tampoc proporciona una resposta a la pregunta de Mach: «Com és que els sistemes inercials són físicament diferents d'altres sistemes de coordenades?»

[RELATIVITAT ESPECIAL I GRAVITACIÓ]

Em vaig adonar plenament que la teoria especial de la relativitat era només el primer pas d'una evolució necessària quan vaig intentar representar la gravitació en el marc d'aquesta teoria. En mecànica clàssica, la gravitació es representa amb el potencial gravitatori, és a dir, amb un camp *escalar* (la possibilitat teòrica més simple d'un camp amb un sol component). Aquesta teoria escalar del camp gravitatori no és fàcil fer-la invariant respecte al grup de transformacions de Lorentz. Per intentar-ho, el següent programa sembla natural: el camp físic total consisteix en un camp escalar (gravitació) i un camp vectorial (camp electromagnètic); ulteriors idees podrien eventualment fer necessària la introducció de tipus de camps encara més complicats, però de moment no calia preocupar-se d'això.

Tanmateix, la possibilitat de realitzar aquest programa era dubtosa des del principi perquè la teoria havia de combinar les coses següents:

- 1) A partir de consideracions generals de la teoria especial de la relativitat, era evident que la massa *inercial* d'un sistema físic creix amb l'energia total (per exemple, amb l'energia cinètica).
- 2) A partir d'experiments molt precisos (especialment els d'Eötvös amb la balança de torsió) se sabia empíricament amb molt alta precisió que la massa *gravitatòria* d'un cos és exactament igual a la seva massa *inercial*.

D'1 i 2 es dedueix que el *pes* d'un sistema depèn, d'una manera exactament coneguda, de la seva energia total. Si la teoria no aconseguia demostrar-ho, o no ho feia de forma natural, s'havia de rebutjar. La condició es pot expressar de la manera més natural així: l'acceleració

d'un sistema en un camp gravitatori donat és independent de la naturalesa del sistema que cau (en particular, per tant, també del seu contingut energètic: $\triangleright$ [21](#)).

Ara es va fer evident que aquesta qüestió elemental no es podia abordar en absolut, o en tot cas no de manera natural, dins del marc del programa descrit. Això em va convèncer que en el marc de la teoria especial de la relativitat no hi havia lloc per a una teoria satisfactòria de la gravitació.

[PRIMERS PASSOS CAP A LA RELATIVITAT GENERAL]

Llavors se'm va acudir que el fet de la igualtat de la massa inercial i gravitatòria, o el fet de la independència de l'acceleració gravitatòria de la naturalesa de la substància que cau, es pot expressar de la següent manera: en un camp gravitatori (d'extensió espacial reduïda) les coses es comporten com en un espai lliure de gravitació si s'introdueix, en lloc d'un «sistema inercial», un sistema de referència accelerat respecte a un sistema inercial.

Així doncs, si es considera que el comportament dels cossos respecte a aquest darrer sistema de referència és determinat per un camp gravitatori «real» (no només aparent), aleshores es pot considerar aquest sistema de referència com un «sistema inercial» amb el mateix dret que el primer sistema de referència.

Per tant, si hom pensa que són possibles els camps gravitatoris de qualsevol extensió, no limitats per endavant per condicions de contorn espacials, el concepte de sistema inercial esdevé completament buit. El terme «acceleració relativa a l'espai» perd aleshores tot el significat i amb ell també el principi d'inèrcia i la paradoxa de Mach.

El fet de la igualtat de la massa inercial i gravitatòria ens porta així de manera ben natural a concebre que el requisit bàsic de la teoria especial de la relativitat (invariància de les lleis respecte a les transformacions de Lorentz) és massa estret, és a dir, que s'ha de postular una invariància de les lleis també respecte a transformacions *no lineals* de les coordenades en el continu quadridimensional.

Això va passar el 1908. Per què van caldre set anys més per erigir la teoria general de la relativitat? La raó principal és que no és fàcil alliberar-se de la idea que les coordenades han de tenir un significat mètric immediat. El canvi va tenir lloc aproximadament de la manera següent:

Partim d'un espai buit i sense camp, que —referit a un sistema inercial— apareix, en el sentit de la teoria especial de la relativitat, com el fet físic més simple de tots els concebibles. Si ara imaginem que introduïm un sistema no inercial uniformement accelerat respecte al sistema inercial (en una descripció tridimensional), en una direcció (definida apropiadament), aleshores existeix, en el sistema accelerat, un camp gravitatori estàtic i paral·lel. El sistema de referència accelerat pot ser rígid, amb relacions mètriques tridimensionals de caràcter euclidià. Tanmateix, el temps en què el camp apareix com a estàtic *no* es mesura amb rellotges estacionaris d'*idèntica construcció*. A partir d'aquest exemple especial, ja queda clar que el significat mètric immediat

de les coordenades es perd si es permeten transformacions no lineals de les coordenades. Tanmateix, és *obligat* fer-ho si es vol una fonamentació de la teoria que faci justícia a la igualtat de la massa gravitatòria i la inercial, i si es vol superar la paradoxa de Mach relativa als sistemes inercials.

Així doncs, si cal renunciar a donar a les coordenades un significat mètric immediat (diferències de coordenades = longituds o temps mesurables), no hi ha més remei que tractar com a equivalents tots els sistemes de coordenades que es poden generar mitjançant transformacions contínues de les coordenades.

De conformitat amb això, la teoria general de la relativitat es basa en el principi que les lleis de la natura es poden expressar mitjançant equacions que són covariants respecte al grup de les transformacions contínues de les coordenades. Per tant, aquest grup substitueix el grup de transformacions de Lorentz de la teoria especial de la relativitat, essent aquest últim grup un subgrup del primer ($\triangleright$ [22](#)).

Naturalment, aquest requisit en si mateix no és suficient com a punt de partida per derivar les equacions fonamentals de la física. En primer lloc, fins i tot es pot negar que el requisit per si sol comporti una restricció real per a les lleis físiques; perquè donada una llei postulada inicialment només per a certs sistemes de coordenades, sempre és possible reformular-la de tal manera que la nova formulació esdevingui generalment covariant en la seva forma. A més, des d'un principi és clar que es poden formular infinites lleis del camp que posseeixin aquesta propietat de covariància. L'eminència importància heurística del principi general de la relativitat rau en el fet que ens mena a la recerca d'aquells sistemes d'equacions que en la seva formulació *covariant general* són el més *senzills possibles*; entre ells hem de buscar les lleis de camp de l'espai físic. Els camps que poden convertir-se uns en altres mitjançant aquestes transformacions descriuen la mateixa situació real.

La pregunta principal per a aquells que investiguen en aquest camp és: de quina classe matemàtica són les quantitats (funcions de les coordenades) que permeten expressar les propietats físiques de l'espai («estructura»)? I tot seguit: quines equacions satisfan aquestes quantitats?

[SOBRE LA TEORIA GENERAL DE LA RELATIVITAT]

Avui encara no podem contestar aquestes preguntes amb cap certesa. El camí seguit en la primera formulació de la teoria de la relativitat general es pot caracteritzar de la següent manera. Encara que no sabem amb quin tipus de variable de camp (estructura) s'ha de caracteritzar l'espai físic, coneixem amb certesa un cas especial: el de l'espai «lliure de camp» en la teoria especial de la relativitat. Un tal espai es caracteritza pel fet que, per a un sistema de coordenades escollit adequadament, l'expressió

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 - dx_4^2 \quad (1)$$

corresponent a dos punts veïns representa una quantitat mesurable (separació quadràtica), és a dir, té un significat físic real. Referida a un sistema qualsevol,

aquesta quantitat s'expressa així:

$$ds^2 = g_{ik} dx_i dx_k, \quad (2)$$

on els índexs van d'1 a 4. Els g_{ik} formen un tensor simètric. Si després de realitzar una transformació del camp (1) no s'anul·len les primeres derivades dels g_{ik} respecte a les coordenades, aleshores existeix, respecte a aquest sistema de coordenades, un camp gravitatori en el sentit de la consideració anterior, i de fet un camp gravitatori d'un tipus molt especial. Gràcies a la investigació de RIEMANN dels espais mètrics n -dimensionals, és possible caracteritzar aquest camp particular d'una manera invariant:

- 1) El tensor de curvatura de Riemann R_{iklm} , format a partir dels coeficients de la mètrica (2), s'anul·la.
- 2) La trajectòria d'una massa puntual referida al sistema inercial (en el qual es compleix (1)) és una línia recta, és a dir, una extremal (geodèsica). Però això últim és ja una caracterització de la llei del moviment basada en (2).

La llei *general* de l'espai físic havia de ser una generalització de la llei que acabem de caracteritzar i vaig considerar que existeixen dos nivells de generalització:

- a) camp gravitatori pur;
- b) camp general (en el qual també apareixen quantitats que d'alguna manera es corresponen amb el camp electromagnètic).

El cas *a)* es caracteritzava pel fet que el camp encara es pot representar mitjançant una mètrica de Riemann (2), és a dir, per un tensor simètric, el qual, però, no admet una representació de la forma (1) llevat en dominis infinitesimals. Això significa que en el cas *a)* el tensor de Riemann *no* s'anul·la. Però és clar que en aquest cas ha de valer una llei de camp que sigui una generalització (debilitament) d'aquesta llei. Si aquesta llei [generalitzada] també ha de ser de segon ordre (de diferenciació) i lineal en les segones derivades, llavors en el cas *a)* només calia considerar, com a equació del camp, l'equació obtinguda per una sola contracció:

$$0 = R_{kl} = g^{im} R_{iklm}.$$

A més, sembla natural suposar, també en el cas *a)*, que la línia geodèsica s'ha de prendre com a representació de la llei del moviment del punt material.

En aquell moment em semblava inútil aventurar-me a intentar representar el camp total *b)* i determinar-ne les lleis. Per tant, vaig preferir establir un marc formal preliminar per a una representació de tota la realitat física; això era necessari per poder investigar, almenys provisionalment, la utilitat de la idea bàsica de la relativitat general. Això es va fer de la següent manera.

En la teoria de Newton es pot escriure la llei del camp gravitatori així:

$$\Delta\varphi = 0$$

(φ = potencial gravitatori) en aquells llocs on la densitat ρ de matèria s'anul·la. En general, cal escriure (equació de Poisson)

$$\Delta\varphi = 4\pi k\rho$$

(ρ = densitat de massa). En el cas de la teoria relativista del camp gravitatori, R_{ik} substitueix $\Delta\varphi$. Llavors en el membre dret també hem de substituir ρ per un tensor. Atès que sabem per la teoria de la relativitat especial que la massa (inercial) és igual a l'energia, haurem de posar a la dreta el tensor de la densitat d'energia —més precisament, la densitat d'energia total, en la mesura que no pertany al camp gravitatori pur. S'arriba així a les equacions del camp gravitatori ($\triangleright$ [23](#))

$$R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R = -kT_{ik}.$$

El segon terme del membre esquerre s'afegeix per raons formals, ja que així la divergència d'aquest membre, en el sentit del càlcul diferencial absolut, s'anul·la idènticament. El membre dret és un compendi formal de totes les coses la comprensió de les quals, en el sentit d'una teoria de camps, encara és problemàtica. No vaig dubtar ni per un moment, és clar, que aquesta formulació només era un recurs provisional per donar al principi general de la relativitat una expressió tancada. Perquè en essència no era gaire *més* que una teoria del camp gravitatori separat artificialment d'un camp total d'estructura encara desconeguda.

Si hi ha alguna cosa en la teoria esbossada —a part de l'exigència d'invariància de les equacions respecte al grup de les transformacions contínues de coordenades— que possiblement pugui aspirar a una importància definitiva, és la teoria del cas límit del camp gravitatori pur i la seva relació amb l'estructura mètrica de l'espai. Per aquesta raó, en el que segueix immediatament només parlarem de les equacions del camp gravitatori pur.

La peculiaritat d'aquestes equacions rau, d'una banda, en la seva complicada estructura, especialment el seu caràcter no lineal respecte a les variables del camp i les seves derivades, i, de l'altra, en la necessitat gairebé imperativa amb què el grup de transformacions determina aquesta complicada llei del camp. Si hom s'hagués limitat a la teoria especial de la relativitat, és a dir, a la invariància respecte al grup de Lorentz, llavors la llei del camp $R_{ik} = 0$ també seria invariant respecte d'aquest grup més restringit. Però des del punt de vista d'aquest grup, en principi no existiria cap raó per la qual la gravitació hagués de ser representada per una estructura tan complicada com la que representa el tensor simètric g_{ik} . Si, tanmateix, hom trobés raons suficients per fer-ho, aleshores hi hauria un nombre immens de lleis de camp per a les quantitats g_{ik} , totes les quals serien covariants respecte a les transformacions de Lorentz (però no respecte al grup general). Però fins i tot si s'hagués endevinat accidentalment, entre totes les lleis invariants Lorentz concebibles, la que pertany al grup més ampli, encara no s'hauria arribat al nivell de coneixement assolit pel principi general de la relativitat. Perquè, des del punt de vista del grup de Lorentz, es consideraria erròniament que dues solucions són físicament diferents si es poden transformar l'una en l'altra per

una transformació de coordenades no lineal, mentre que, des del punt de vista del grup més ampli, només són representacions diferents del mateix camp.

Una altra observació general sobre l'estructura [del camp] i els grups. És clar que, en general, es considerarà que una teoria és més perfecta com més simple sigui la seva «estructura» i com més ampli sigui el grup respecte al qual les equacions del camp són invariants. Però ara advertim que aquests dos requisits es destorben mútuament. Segons la teoria especial de la relativitat (grup de Lorentz), es pot establir, per exemple, una llei covariant per a l'estructura més simple imaginable (un camp escalar), mentre que en la relativitat general (grup més ampli de les transformacions contínues de coordenades) hi ha una llei de camp invariant només per a l'estructura més complicada del tensor simètric. Ja hem donat raons *físiques* del fet que en física cal reclamar invariància respecte al grup més ampli;² des d'un punt de vista purament matemàtic, no veig cap necessitat de sacrificar l'estructura més simple a la grandària del grup.

El grup de la relativitat general ha estat el primer a adduir que la llei invariant més simple ja no és lineal ni homogènia en les variables del camp i les seves derivades parcials. Això és de fonamental importància, per la següent raó: Si la llei del camp és lineal (i homogènia), llavors la suma de dues solucions és també una solució; aquest és el cas, per exemple, de les equacions del camp de Maxwell de l'espai buit. En una teoria d'aquest tipus, la llei del camp per si sola no es pot utilitzar per inferir una interacció entre entitats que per separat es poden representar mitjançant solucions del sistema. Per aquesta raó, en les teories anteriors calien, a més de les equacions del camp, lleis especials per governar el moviment dels cossos materials sota la influència dels camps. És cert que en la teoria relativista de la gravitació la llei del moviment (línia geodèsica) es va postular originalment de manera independent junt amb la llei del camp. Però posteriorment s'ha constatat que no calia (ni s'havia de) postular independentment la llei del moviment perquè ja està implícitament continguda en la llei del camp gravitatori.

La naturalesa d'aquesta situació en si tan complicada es pot il·lustrar de la manera següent. Un únic punt material en repòs està representat per un camp gravitatori que és finit i regular a tot arreu menys en el lloc on es troba el punt material: allà el camp hi té una singularitat. Però si es calcula el camp pertanyent a dos punts materials estacionaris integrant les equacions de camp, aleshores, a més de les singularitats a les ubicacions dels punts materials, aquest camp també té una línia formada per punts singulars que connecta els dos punts. No obstant això, es pot especificar un moviment dels punts materials de tal manera que el camp gravitatori determinat per ells no esdevingui singular enlloc fora dels punts materials. Aquests moviments són precisament aquells que descriuen en una primera aproximació les lleis de Newton. Per tant, es pot dir que les masses es mouen de manera que la solució

²Romandre en el grup més reduït i ahora basar la teoria general de la relativitat en l'estructura més complicada (–tensorial) suposa una inconseqüència ingènua. El pecat continua sent pecat, fins i tot si l'ha comès un home altrament respectable.

de l'equació del camp és no singular arreu excepte en els punts on hi ha les masses. Aquesta propietat de les equacions de la gravitació està directament relacionada amb la seva no-linealitat, que al seu torn queda determinada pel grup de transformacions més ampli.

Ara, certament, es podria plantejar la següent objecció: si es permeten singularitats en les posicions dels punts materials, quina justificació hi ha per prohibir l'aparició de singularitats a la resta de l'espai? Aquesta objecció estaria justificada si les equacions de la gravitació es consideressin com a equacions del camp total. Tanmateix, cal dir que el camp d'una partícula material es pot considerar tant menys com un *camp gravitatori pur* com més a prop s'estigui de la ubicació real de la partícula. Si es tingués l'equació de camp del camp total, caldria exigir que les mateixes partícules es puguin representar com a solucions lliures de singularitats *en tots els punts* de les equacions de camp completes. Només llavors seria la relativitat general una teoria completa.

[VALORACIÓ DE LA TEORIA QUÀNTICA]

Abans d'entrar en la qüestió de la finalització de la teoria general de la relativitat, he de comentar la teoria física més reeixida del nostre temps, la teoria quàntica estadística, que va prendre una forma lògica coherent fa uns vint-i-cinc anys (SCHRÖDINGER, HEISENBERG, DIRAC, BORN). És l'única teoria actual que permet entendre d'una manera unificada les experiències relatives al caràcter quàntic dels fenòmens micromecànics. Aquesta teoria, d'una banda, i la teoria de la relativitat, de l'altra, es consideren correctes en cert sentit, encara que la seva fusió s'ha resistit fins ara a tots els esforços. Això probablement està relacionat amb el fet que hi ha opinions força diferents entre els físics teòrics actuals sobre com serà el fonament teòric de la física futura. Serà una teoria de camps? Serà una teoria essencialment estadística? Vull dir breument el que penso al respecte.

La física és un esforç per copsar conceptualment la realitat considerada com quelcom independent de la percepció. En aquest sentit, es parla de «realitat física». En la física prequàntica no hi havia cap dubte sobre com s'havia d'entendre això. En la teoria de Newton, el real estava representat per punts materials en l'espai i el temps, en la teoria de Maxwell per un camp en l'espai i el temps. En la mecànica quàntica això és menys transparent. Si un es pregunta: Una funció ψ de la teoria quàntica representa una situació real en el mateix sentit que un sistema de punts materials o un camp electromagnètic?, es dubta si respondre amb un simple «sí» o «no». Per què? El que expressa la funció ψ (en un moment determinat) és això: Quina és la probabilitat de trobar una determinada magnitud física q (o p) en un determinat interval si la mesuro en el temps t ? La probabilitat s'ha de considerar aquí com una quantitat empíricament determinable (per tant, certament «real») que puc concretar generant repetides vegades la mateixa funció ψ i mesurant q cada vegada. Però, què passa amb el particular valor de q obtingut? El sistema concret en qüestió tenia ja aquest valor q abans de la mesura? Aquesta pregunta no té cap resposta definida en el marc de la teoria, perquè la mesura

és un procés que comporta una intervenció finita en el sistema des de l'exterior; per tant, és concebible que el sistema obtingui un valor numèric definit per a q (o per a p) només mitjançant la mateixa mesura. Per a la discussió que segueix, imagino dos físics, A i B , que tenen opinions diferents sobre la situació real descrita per la funció ψ .

- A. El sistema individual té (abans de la mesura) un valor determinat de q (o de p) per a totes les variables del sistema i, de fet, *el* valor que es determina quan es mesuren aquestes variables. Partint d'aquesta concepció, afirmarà que la funció ψ no és una representació exhaustiva de l'estat real del sistema, sinó una representació incompleta; només expressa allò que sabem del sistema a partir de mesures prèvies.
- B. El sistema individual no té (abans de la mesura) cap valor definit de q (o de p). El valor només sorgeix en l'acte de mesurar triat d'acord amb les probabilitats inherents a la funció ψ . Basant-se en aquesta concepció declararà (o almenys podria declarar) que la funció ψ és una representació exhaustiva de l'estat real del sistema.

Presentem ara a aquests dos físics el cas següent. Sigui un sistema que en l'instant t de la nostra observació es compon de dos sistemes parcials S_1 i S_2 espacialment separats i (en el sentit de la física clàssica) sense interacció mútua significativa. El sistema total està descrit completament, en el sentit de la mecànica quàntica, per una funció ψ coneguda, ψ_{12} . Tots els teòrics quàntics estan d'acord en el següent. Si faig una mesura completa de S_1 , obtinc, dels resultats de la mesura i de ψ_{12} , una funció ψ completament determinada del sistema S_2 , ψ_2 . El caràcter de ψ_2 depèn de *quin tipus* de mesura de S_1 hagi efectuat. Ara em sembla que es pot parlar de la situació real del sistema parcial S_2 . D'antuvi, d'aquesta situació real abans de la mesura de S_1 en sabem encara menys que d'un sistema descrit per una funció ψ . Però en un supòsit hauríem d'atenir-nos al meu entendre sense reserves: la situació (estat) real del sistema S_2 és independent del que es faci amb el sistema S_1 , que n'està espacialment separat. Tanmateix, segons el tipus de mesura que realitzi sobre S_1 , obtinc una ψ_2 diferent per al segon sistema parcial (ψ_2 , ψ'_2 , ...). Però l'estat real de S_2 ha de ser independent del que passi a S_1 , de manera que per al mateix estat real de S_2 es poden trobar (segons l'elecció de la mesura de S_1) diferents funcions ψ . (Aquesta conclusió només es pot evitar o bé suposant que la mesura de S_1 modifica (telepàticament) l'estat real de S_2 o bé negant en general que les coses que estan separades espacialment puguin tenir estats reals independents. Ambdues alternatives em semblen totalment inacceptables.)

Si ara els físics A i B troben convincent aquesta consideració, aleshores B haurà de renunciar a la seva posició que la funció ψ és una descripció completa d'una situació real, ja que en aquest cas seria impossible poder assignar a la mateixa situació (de S_2) dues funcions ψ diferents.

El caràcter estadístic de la present teoria seria aleshores una conseqüència necessària de la incompletesa de la descripció dels sistemes en la mecànica

quàntica, i ja no hi hauria cap motiu per suposar que la futura fonamentació de la física s'hagi d'assentar en l'estadística. - - -

La meva opinió és que la teoria quàntica actual, amb certs conceptes bàsics ben establerts, que en essència estan presos de la mecànica clàssica, representa una formulació òptima de les connexions. Crec, però, que aquesta teoria no proporciona un punt de partida útil per al desenvolupament futur. Aquest és el punt en què les meves expectatives difereixen de les de la majoria dels físics contemporanis. Ells estan convençuts que les característiques essencials dels fenòmens quàntics (variacions aparentment discontinues i temporalment no determinades de l'estat d'un sistema, qualitats simultàniament corpusculars i ondulatories d'entitats energètiques elementals) no es poden explicar mitjançant funcions contínues de l'espai a les quals s'apliquen les equacions diferencials. Pensen també que per aquest camí no es podrà comprendre l'estructura atòmica de la matèria i de la radiació. Esperen que els sistemes d'equacions diferencials que entrarien en consideració per a una teoria semblant ni tan sols tenen solucions que siguin regulars (lliures de singularitats) en tots els punts de l'espai de quatre dimensions. Però sobretot creuen que el caràcter aparentment erràtic dels processos elementals només es pot descriure mitjançant una teoria essencialment estadística, en la qual els canvis discontinus dels sistemes es reflecteixen mitjançant variacions *contínues* en les probabilitats dels estats possibles. ▷ 24

Totes aquestes observacions em semblen força impressionants. La pregunta important, però, em sembla que és: què es pot emprendre, amb alguna perspectiva d'èxit, en la situació actual de la teoria? En aquest punt, les experiències amb la teoria de la gravitació són les que marquen el nord de les meves expectatives. Al meu entendre, aquestes equacions tenen més possibilitats de dir alguna cosa *precisa* que qualsevol altra equació de la física. Per comparar, es poden considerar, per exemple, les equacions de Maxwell de l'espai buit. Són formulacions que es corresponen a les experiències amb camps electromagnètics infinitament febles. Aquest origen empíric ja determina la seva forma lineal, però anteriorment ja s'ha subratllat que les veritables lleis no poden ser lineals. Aquestes lleis compleixen el principi de superposició per a les seves solucions, de manera que no contenen cap afirmació sobre les interaccions d'estructures elementals. Les veritables lleis no poden ser lineals, ni es poden derivar de lleis d'aquesta mena. De la teoria de la gravitació he après també una altra cosa: una col·lecció de fets empírics, per molt extensa que sigui, no pot conduir a la formulació d'equacions tan complicades. Una teoria pot ser contrastada amb l'experiència, però no hi ha cap camí des de l'experiència fins a la formulació d'una teoria. Equacions tan complexes com les del camp gravitatori només es poden descobrir trobant una condició matemàtica lògicament senzilla que les determini completament, o gairebé completament. Un cop es disposa d'unes condicions formals prou fortes, no es necessita gaire coneixement dels fets per establir la teoria; en el cas de les equacions de la gravitació, són la quadridimensionalitat i el tensor simètric

com a expressió de l'estructura de l'espai els que, juntament amb la invariància respecte del grup de transformacions contínues, determinen les equacions gairebé completament.

[EQUACIONS DEL CAMP TOTAL]

La nostra tasca és trobar les equacions del camp per al camp total. L'estructura desitjada ha de ser una generalització del tensor simètric. El grup no pot ser més restringit que el de les transformacions contínues de coordenades. Si ara s'introdueix una estructura més rica, el grup ja no determinarà les equacions amb tanta força com en el cas del tensor simètric com a estructura. Per tant, el millor seria que poguéssim ampliar el grup de nou per analogia amb el pas que va dur de la relativitat especial a la relativitat general. En particular, he intentat utilitzar el grup de transformacions complexes de coordenades. Tots aquests esforços no van reeixir. També he abandonat la temptativa d'augmentar, obertament o encoberta, el nombre de dimensions de l'espai, un afany que va ser iniciat per KALUZA i que, en la seva variant projectiva, encara avui té els seus partidaris. Ens limitem a l'espai quadridimensional i al grup de transformacions contínues de coordenades reals. Després de molts anys de recerca infructuosa, considero que la solució que es descriu a continuació és la més satisfactòria des d'un punt de vista lògic. ▷ 25

En lloc del tensor simètric g_{ik} ($g_{ik} = g_{ki}$), s'introdueix el tensor no simètric g_{ik} . Aquesta quantitat es compon d'una part simètrica s_{ik} i d'una part a_{ik} antisimètrica real o totalment imaginària de la manera següent:

$$g_{ik} = s_{ik} + a_{ik}.$$

Des del punt de vista del grup, aquesta combinació de s i a és arbitrària, perquè s i a , per separat, tenen caràcter tensorial. Ara bé, resulta que aquests g_{ik} (considerats com un tot) tenen un paper anàleg en la construcció de la nova teoria al dels g_{ik} simètrics en la teoria del camp gravitatori pur.

Aquesta generalització de l'estructura de l'espai també sembla natural des del punt de vista dels nostres coneixements físics, ja que sabem que el camp electromagnètic està relacionat amb un tensor antisimètric.

Per a la teoria de la gravitació és, a més, essencial que a partir dels g_{ik} simètrics es pugui formar la densitat escalar $\sqrt{|g_{ik}|}$, així com el tensor contravariant g^{ik} segons la definició

$$g_{ik}g^{il} = \delta_k^l$$

(δ_k^l = tensor de Kronecker). Aquestes estructures es poden definir exactament de la mateixa manera per als g_{ik} no simètrics, incloses les densitats tensorials.

En la teoria de la gravitació és, a més, essencial que per a un camp g_{ik} simètric donat es pugui definir un camp Γ_{ik}^l que sigui simètric en els índexs ik i que, geomètricament considerat, regeixi el desplaçament paral·lel d'un vector. Anàlogament, per als g_{ik} no simètrics es poden definir Γ_{ik}^l no simètriques segons la fórmula:

$$g_{ik,l} - g_{sk}\Gamma_{il}^s - g_{is}\Gamma_{lk}^s = 0, \quad (\text{A})$$

que concorda amb la corresponent relació per al g simètric, però aquí, naturalment, cal parar atenció a la posició dels índexs inferiors de g i Γ .

Igual que en la teoria real (amb g_{ik} simètrics) es poden formar a partir de les Γ una curvatura $R_{klm}{}^i$ i a partir d'aquesta una curvatura contreta R_{kl} . Finalment, utilitzant un principi variacional juntament amb (A), és possible trobar equacions de camp compatibles:

$$\mathfrak{g}^{is}{}_s = 0 \quad (\mathfrak{g}^{ik} = \frac{1}{2}(g^{ik} - g^{ki})\sqrt{-|g_{ik}|}) \quad (\text{B}_1)$$

$$\Gamma_{is}{}^s = 0 \quad (\Gamma_{is}{}^s = \frac{1}{2}(\Gamma_{is}{}^s - \Gamma_{si}{}^s)) \quad (\text{B}_2)$$

$$R_{ik} = 0 \quad (\text{C}_1)$$

$$R_{kl,m} + R_{lm,k} + R_{mk,l} = 0 \quad (\text{C}_2)$$

Cadascuna de les dues equacions (B1) i (B2) és conseqüència de l'altra si (A) es compleix. R_{kl} representa la part simètrica de R_{kl} , R_{ik} la part antisimètrica.

En el cas que s'anul·li la part antisimètrica de g_{ik} aquestes fórmules es redueixen a (A) i (C₁) —el cas del camp gravitatori pur.

Crec que aquestes equacions representen la generalització més natural de les equacions de la gravitació.³ La comprovació de la seva utilitat física és una tasca extraordinàriament difícil, perquè no serveixen les aproximacions. La qüestió és: quines solucions d'aquestes equacions són lliures de singularitats en tot l'espai? - - -

Aquesta exposició haurà acomplert el seu propòsit si mostra al lector com s'interrelacionen els esforços d'una vida i per què han donat lloc a expectatives d'una certa mena.

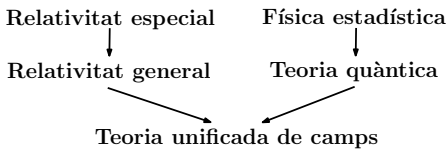
A. Einstein.

INSTITUTE FOR ADVANCED STUDY
PRINCETON, NEW JERSEY.
(ca. 1946)

³La teoria que aquí es proposa té, al meu entendre, força probabilitats de ser verificada si el camí d'una representació exhaustiva de la realitat física sobre la base del continu resulta ser viable en general.

Quadre sinòptic de la producció científica d'EINSTEIN. Extret de l'article [5], de Ramon VILASECA, inclòs en el volum [6]. Per facilitar la comparació, reproduïm també l'esquema al final del Prefaci.

Lustre	E	E0	E1	E2	E3	G	G0	G1	G2	Q	M	
00-04	5	5										E física estadística
05-09	13	5	2	3	3	11	11					E0 clàssica i termodinàmica
10-14	17	3	2	6	6	21	5	15	1			E1 aplicada a la radiació
15-19	11	1		5	5	28	2	21	5			E2 gasos, líquids i sòlids
20-24	13	2		4	7	15	2	9	4			E3 interaccions radiació-matèria
25-29	6			2	4	17	2	7	8			G relativitat, especial i general
30-34	2		1		1	15		6	9	2	4	G0 relativitat especial
35-39						8	1	6	1	1		G1 relativitat general
40-44						4		2	2		3	G2 teories del camp unificat
45-49						9	1	4	4	1		Q crítica mecànica quàntica
50-55						3		1	2	1	2	M matemàtiques
	67	16	5	20	26	131	24	71	36	5	9	



Esquema de les àrees científiques que va cultivar EINSTEIN, amb els dos corrents principals de les seves investigacions convergint en la teoria unificada de camps, a la qual va dedicar moltes energies durant les tres darreres dècades de la seva vida i que encara avui és un problema no resolt. Adaptat de [4, pàgina xii].

El volum [6] aplega també articles de Manuel ASOREY [7], Emilio ELIZALDE [8], Joan GIRBAU [9], David JOU [10], Luis NAVARRO [11], Alfonso ROMERO [12], José Manuel SANCHEZ RON [13], i José M. M. SENOVILLA [14]. Per una presentació de l'espai de Minkowski mitjançant el formalisme de l'àlgebra geomètrica, podeu consultar [15]. Per un curs complet sobre relativitat, tractada des del punt de vista de la geometria diferencial, el text de Joan GIRBAU [16] és excel·lent, i cal dir que és relativament breu quan es considera l'amplitud dels temes que tracta.

Anotacions

1 (SCHILPP). Va néixer a Alemanya, emigrà als EUA abans de la Primera Guerra Mundial, i va ser filòsof i pedagog. Va fundar, editar i contribuir als dinou primers volums de la sèrie *Library of Living Philosophers*. El primer volum, sobre John DEWEY, es va publicar l'any 1939. Destaquem els volums dedicats a l'obra de Bertrand RUSSELL i d'Albert EINSTEIN. Després de la seva jubilació de la Universitat d'Illinois Sud el 1980, SCHILPP va deixar el càrrec d'editor de la sèrie, que encara es publica avui (l'any 2020 va veure la llum el volum XXXVI, el darrer publicat fins avui).

El volum dedicat a EINSTEIN, a més d'una «Introducció general» a la *Library of living philosophers*, d'un Prefaci al volum en qüestió, i de les Notes autobiogràfiques d'EINSTEIN (en la versió original en alemany, pàgines parelles, i la seva traducció a l'anglès, pàgines senars), conté 25 assajos «descriptius i crítics de l'obra d'Einstein», un capítol amb remarques d'EINSTEIN «als assajos aplegats en aquest volum col·lectiu», i una bibliografia exhaustiva de tots els seus escrits fins a 1951. Entre els autors dels assajos hi ha Arnold SOMMERFELD, Louis DE BROGLIE, Wolfgang PAULI, Max BORN, Niels BOHR, Kurt GÖDEL. <

2 (Teorema de Pitàgores). Els erudits creuen que la demostració del teorema de Pitàgores que va trobar el jove Albert va ser la que es resumeix a la figura 1.

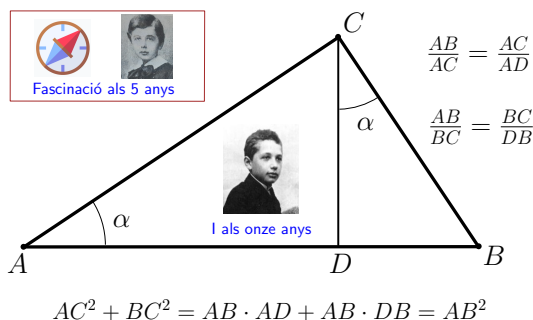


FIGURA 1. Triangle rectangle ABC , amb CD l'altura del vèrtex C .

De fet, els triangles ABC i ACD són semblants, per ser rectangles i compartir l'angle α , i això implica la igualtat $AB/AC = AC/AD$. Anàlogament, $AB/BC = BC/DB$, ja que els triangles rectangles ABC i BCD també són semblants. Amb aquestes igualtats tenim que $AC^2 + BC^2 = AB \cdot AD + AB \cdot DB = AB^2$, ja que $AD + DB = AB$. <

3 (Curs 1895-1896). No reïx en el primer intent (1895, als setze anys) d'entrar a l'ETH i es matricula al curs preparatori de l'escola cantonal d'Aarau (1895-1896). Per a més detalls, vegeu l'annex **Notes biogràfiques**, pàgina 59 (Els primers anys). ◀

4 («comptava amb un amic»). Aquest amic era Marcel GROSSMANN, un company d'estudis a l'ETH que es va decantar per les matemàtiques pures i que més tard va tenir un paper important en la vida d'Einstein, principalment en l'elaboració de la teoria de la relativitat general, però també per ajudar-lo a trobar el primer lloc de treball estable a l'Oficina Suïssa de Patents el 1902. En tota l'Autobiografia, el seu nom no apareix enlloc explícitament. ◀

5 (Equació d'Euler per a fluids ideals). Resulta d'aplicar la segona llei de NEWTON a un element de volum d'un fluid ideal. Si la velocitat d'aquest element és $\mathbf{v}$ i ρ és la densitat del fluid, $\rho d\mathbf{v}/dt$ ha de ser igual a la força que actua sobre ell. Aquesta força té dos components: un extern, $\rho \mathbf{g}$, que és la força produïda per l'acceleració de la gravetat $\mathbf{g}$, i un altre intern corresponent a l'efecte de la pressió p , que en un fluid ideal és menys el gradient de la pressió, $-\nabla p$ (el signe negatiu expressa que les forces internes en el fluid es dirigeixen en el sentit descendent de la pressió). En resum, l'equació d'Euler per a fluids ideals s'escriu: $\rho d\mathbf{v}/dt = -\nabla p + \rho \mathbf{g}$. ◀

6 (Termodinàmica). Estudia les relacions entre els fenòmens de la calor i els del moviment. S'originà amb les investigacions de CARNOT sobre la màquina de vapor, o el que ell anomenava «la potència motriu del foc» (1824). Aplicà la seva ment analítica a resoldre un problema tècnic, essent doncs un cas primerenc de simbiosi entre una manera de pensar els fenòmens físics mitjançant models abstractes («cicle de Carnot» en aquest cas) i la pràctica dels enginyers. En particular, va establir límits a l'eficiència de les màquines tèrmiques. Posteriorment, entre 1844 i 1854, JOULE va demostrar l'equivalència entre energia mecànica i calor, un descobriment que va conduir al principi general de conservació de l'energia (primer principi de la termodinàmica) formulat per CLAUSIUS (1850) en la forma $dU = \delta Q + \delta W$, on dU és l'increment de l'energia interna U d'un sistema produït en subministrar-li quantitats infinitesimals de calor δQ i de treball δW (usem δQ i δW per indicar que aquests increments pressuposen una interacció entre el sistema i el seu exterior, i que, per tant, depenen de les circumstàncies en què es realitzen, mentre que l'expressió dU connota una variació en la qual la forma en què s'han realitzat δQ i δW és irrellevant. Per exemple, en un gas que es comprimeix sense intercanvi de calor, δW és positiu i, per tant, l'energia interna U augmenta, mentre que si s'expandeix, també sense intercanvi de calor, δW és negatiu i U disminueix. Anàlogament, si escalfem el gas sense cap intercanvi de treball, δQ és positiu i U augmenta, mentre que si el refredem, també sense intercanvi de treball, U disminueix. En el mateix treball, CLAUSIUS també va enunciar el segon principi de la termodinàmica: «La calor no pot fluir espontàniament d'un sistema a un altre que està a temperatura més alta», i que THOMSON,

Lord KELVIN, va reformular així: «Cap màquina pot convertir tota la calor disponible en treball».

Un important concepte introduït per CLAUSIUS (1865) és el d'entropia d'un sistema, S , de la qual demostrà que satisfà la desigualtat $dS \geq \delta Q/T$, on T és la temperatura absoluta, amb igualtat si el procés d'intercanvi de calor δQ és reversible (afegirem altres consideracions sobre la natura i propietats de l'entropia més endavant, incloent-hi la interpretació estadística de BOLTZMANN). Finalment, NERNST va establir el tercer principi de la termodinàmica: «L'entropia tendeix a zero quan T tendeix a zero». El text [17] és molt recomanable per aprofundir en la significació dels treballs pioners que van establir les bases de la termodinàmica clàssica.

A més dels intercanvis de calor i treball, de la temperatura T , i de les funcions U i S , en termodinàmica també tenen importància el concepte d'energia lliure F (també conegut com a *potencial de Helmholtz*), que es defineix per la relació $F = U - TS$ i s'usa principalment en processos *isotèrmics* (és a dir, a temperatura constant). Un paper anàleg per a processos *isobàrics* (a pressió constant) és l'*entalpia* H , que es defineix per la relació $H = U + pV$. Finalment, l'expressió $G = U - TS + pV$ defineix l'*entalpia lliure* (o *potencial de Gibbs*). ◀

[7] (NEWTON i EINSTEIN). A l'article «Einstein and geometry» (*Current Science*, vol. 89, 2005, p. 2041-2044), Michael ATIYAH expressa l'apreciació següent: «Einstein va iniciar i va destacar el paper de la geometria en la física fonamental. Cinquanta anys després de la seva mort, els vincles entre la geometria i la física s'han estès significativament amb beneficis per a ambdues parts. A diferència de NEWTON, EINSTEIN no era un matemàtic. Va utilitzar les matemàtiques d'una manera essencial, però no les va crear i va confiar en els seus col·legues per a l'ajuda tècnica. És encara més notable que les seves idees hagin provocat grans avenços en geometria, fins i tot en parts d'aquest domini aparentment allunyades de la física».

També pot escaure recordar que NEWTON concebé les idees fonamentals del seu sistema als 22-23 anys, però que no les va exposar sistemàticament fins a quaranta-quatre anys, el 1687, any de la publicació de la seva obra cabdal, el tractat *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, mentre que EINSTEIN publicà immediatament els fruits de la seva primera eclosió creativa (1905, amb vint-i-sis anys). Així mateix són remarcables les circumstàncies personals en què es van produir aquests *anni mirabili*: NEWTON isolat de Cambridge a causa de la pesta, que va viure confinat a Woolsthorpe, i EINSTEIN com a empleat de tercera classe a l'Oficina Suïssa de Patents. ◀

[8] (Fórmula de Planck). La fórmula de Planck, expressada en termes de la longitud d'ona $\lambda = c/\nu$, esdevé

$$\rho = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{\exp(hc/\lambda kT) - 1},$$

que resulta de $\rho(\lambda, T) = \rho(\frac{c}{\lambda}, T) \cdot |\partial_{\lambda} \frac{c}{\lambda}|$ (figura 2). ◀

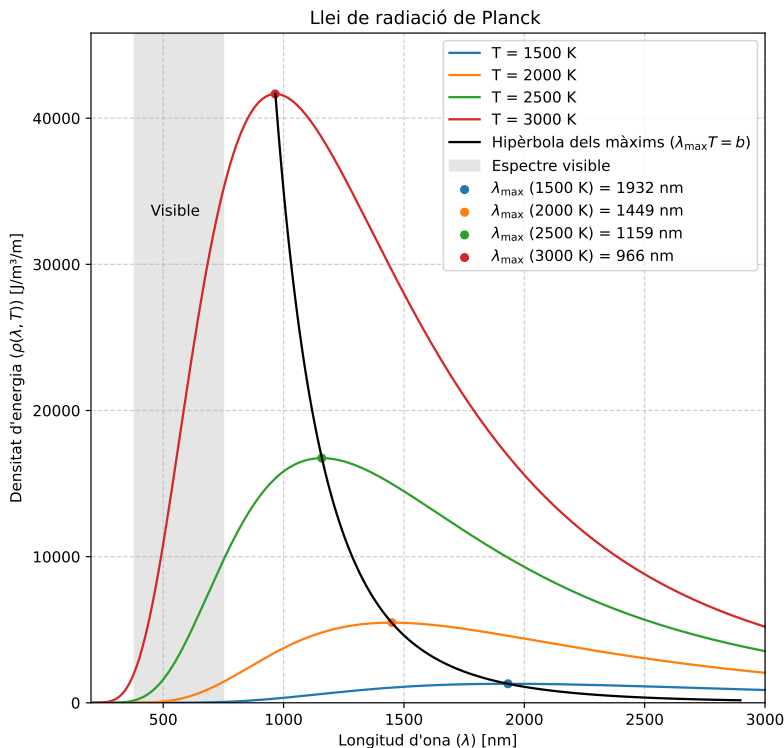


FIGURA 2. Representació de la funció $\rho(\lambda, T)$ per a quatre valors de T i per a longituds d'ona λ entre 0 a 3000 nm, tot indicant la franja de longituds d'ona visibles per l'ull humà (de 380 nm a 780 nm). Les unitats de l'eix d'ordenades, en el sistema SI, són $\text{J/m}^3/\text{m}$, ja que es tracta d'una energia per unitat de volum i per unitat de longitud d'ona. També es representa la corba dels punts $(\lambda_{\max}(T), \rho(\lambda_{\max}(T), T))$, on $\lambda_{\max}(T)$ dona el màxim de $\rho(\lambda, T)$ per a cada valor de T (per la llei de Wien, és la hipèrbola d'equació $\lambda_{\max}(T) \cdot T = b$, on $b = 2,897\,771\,195 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$. Aquesta llei és una conseqüència de la llei de Planck).

9 (L'entropia de Boltzmann). Des del punt de vista de la física estadística, l'estat (macroscòpic) d'un sistema termodinàmic queda determinat, per exemple, per les tres quantitats següents: N , el nombre de partícules de què es compon; V , el volum que ocupa; i E , la seva energia. BOLTZMANN va introduir el nombre $\Omega = \Omega(N, V, E)$ d'estats microfísics (denotat Z en el text de l'Autobiografia) que corresponen a l'estat macroscòpic (N, V, E) . Atès que en general N és molt gran (recordem, per exemple, que un mol de qualsevol gas conté N_A molècules, on $N_A = 6,022 \times 10^{23}$ és el nombre d'Avogadro), Ω també és un nombre molt gran. La seva determinació sovint es pot reduir a la solució d'un problema combinatori. Per exemple, en el cas de N partícules iguals, però distingibles, queden repartides segons les diferents energies ϵ_i que

pugui tenir cada partícula. Si posem n_i per indicar el nombre de les que tenen energia ϵ_i , llavors $\Omega = \frac{N!}{n_1!n_2!\dots}$, i $\ln \Omega$ resulta manejable amb l'aproximació de Stirling $\ln n! \approx n \ln n - n$ per a $n \gg 1$. Per a partícules no distingibles, que és la situació que es dona en física quàntica, el tractament és més delicat i demana una aproximació diferent.

La fórmula de Boltzmann per a l'entropia és $S = k_B \ln \Omega$, on k_B és la constant de Boltzmann. En el SI, les dimensions de k_B són J/K (joule/kelvin) i el seu valor numèric és $1,38066 \times 10^{-23}$. La importància d'aquest resultat és que explica l'origen microfísic de la variable termodinàmica S (entropia) i permet establir les propietats d'aquesta magnitud.

També té interès esmentar que la fórmula de Boltzmann és útil en nombrosos sistemes i processos, no necessàriament termodinàmics, en què l'«entropia» (o desordre) és un factor clau. ◀

10 (Teoria cinèticomolecular de la termodinàmica). De 1902 a 1904 EINSTEIN publica quatre articles als *Annalen der Physik* —que se sumen al que va publicar-hi el 1901 sobre capil·laritat— que tracten diversos aspectes de física estadística i termodinàmica i, és clar, que foren molt importants per al seu desenvolupament científic. Però anys més tard (1910) va escriure que «si hagués conegut el llibre de GIBBS (és a dir, [18]) no hauria publicat els articles sobre els fonaments de la mecànica estadística, llevat potser d'alguns comentaris», [4, pàgina 55]. Tanmateix, avui aquests articles, i d'altres sobre diversos temes relacionats elaborats posteriorment, són valorats com aportacions molt rellevants [19], la qual cosa reflecteix la valoració que Max BORN en va fer el 1949 en els termes següents, [20]: «Al meu entendre, Einstein hauria estat un dels més grans físics teòrics de tots els temps encara que no hagués escrit una sola línia sobre relativitat», però remarcablement la citació continua així: «una suposició per la qual he de demanar disculpes, ja que és bastant absurda; perquè la concepció del món físic d'Einstein no es pot dividir en compartiments estancs, i és impossible imaginar que hagués pogut passar per alt algun dels problemes fonamentals de la seva època». ◀

11 (Pressió osmòtica). Excés de pressió que es necessita per mantenir l'equilibri entre una dissolució i el dissolvent pur quan estan separats per una membrana permeable solament al dissolvent. Dit d'una altra manera, és la pressió P_o romanent en la dissolució quan s'anul·la el flux net del solvent cap a la dissolució a través d'una membrana que és permeable al solvent però impermeable al solut. Per a dissolucions diluïdes, P_o és directament proporcional a la temperatura absoluta T i a la densitat d del solut (mol/m^3 en el SI); ve donada per la fórmula de Van't Hoff: $P_o = i \cdot d \cdot R \cdot T$, on i (factor de Van't Hoff) és el nombre de partícules en què una molècula del solut es dissocia en la dissolució (per exemple, $i = 2$ pel $\text{ClNa} \rightarrow \text{Cl}^- + \text{Na}^+$, però $i = 1$ per a la glucosa) i R és la constant dels gasos. La fórmula s'assembla a la dels gasos ideals, $PV = nRT$, especialment si l'escrivim en la forma $P = \frac{n}{V} RT$, ja que $d = n/V$ expressa la densitat del gas. Això no és casual, ja que podem raonar de la manera següent. Imaginem que la membrana separa

les regions A (del solvent pur) i B (de la dissolució), amb volums V_A i V_B . Les pressions del solvent a les dues bandes de la membrana, P_A i P_B , compleixen $P_A V_A = n_A RT$ i $P_B V_B = n_B RT$, on n_A i n_B designen les quantitats (en mols) del solvent presents a A i B , respectivament. Quan s'assoleix l'equilibri, $P_A = P_B$ i, per tant, $\frac{n_B}{n_A} = \frac{V_B}{V_A}$, i a la regió B hi ha la pressió addicional P_o del solut: $P_o V_B = n'_B RT$, on n'_B és la quantitat (en mols) de solut, d'on resulta que $P_o = \frac{n'_B}{V_B} RT = dRT$. En el cas que hi hagi dissociació total de cada molècula del solut en i unitats, el nombre n'_B s'ha de multiplicar per i , i d'aquí la fórmula de VAN'T HOFF. Si la dissociació és parcial, és fàcil tenir-ho en compte i modificar la fórmula convenientment. $\triangleleft$

12 (Distribució canònica). La «física estadística» tracta d'inferir propietats de sistemes formats per un nombre molt gran d'unitats (àtoms, molècules, quanta de llum) a partir de propietats hipotètiques d'aquestes unitats. Ho fa aplicant la teoria de la probabilitat. Ha tingut un paper fonamental en el desenvolupament de la física quàntica (de fet es pot veure com un pont de doble via entre la termodinàmica i la mecànica quàntica) i les seves aplicacions són innombrables. La connexió amb la termodinàmica clàssica en general, o amb l'entropia en particular, es pot resumir com segueix:

Sigui $\{i\}$ el conjunt d'índexs dels estats interns d'un sistema compost per un gran nombre de partícules. Sigui E_i l'energia del sistema en l'estat i . Si podem suposar que el sistema està en equilibri tèrmic amb el seu entorn, aleshores la probabilitat que l'estat del sistema sigui i ve donada per la *distribució canònica*:

$$p_i = \frac{1}{Z} e^{-E_i/kT}, \quad (*)$$

on Z és una constant independent de tots els estats, T la temperatura absoluta i $k = k_B$ la *constant de Boltzmann*. Podeu trobar una demostració relativament elemental d'aquesta distribució (designada com a «distribució de Boltzmann», on altres autors usen «distribució de Gibbs») en el text [21, §2.2], el qual pressuposa rudiments de termodinàmica i el fet que l'espectre (és a dir, nivells d'energia) d'un sistema quàntic és un conjunt discret.

Com que $\sum p_i = 1$, tenim:

$$Z = \sum_i e^{-E_i/kT}$$

(*funció de partició*). A partir de l'expressió de p_i i les propietats de la funció exponencial, veiem que p_i augmenta, fixada T , quan E_i disminueix (per tant, els estats de baixa energia són més probables que els estats d'alta energia per a una T donada) i que la probabilitat dels estats amb energia determinada augmenta quan la T augmenta (Figura 3). Prenent logaritmes a (*), tenim:

$$\ln p_i + \ln Z = -E_i/kT, \quad \text{o bé} \quad kT \ln p_i + kT \ln Z = -E_i.$$

Si multipliquem la segona equació per p_i i sumem respecte de i , obtenim:

$$-TS_G + kT \ln Z = -\langle E \rangle,$$

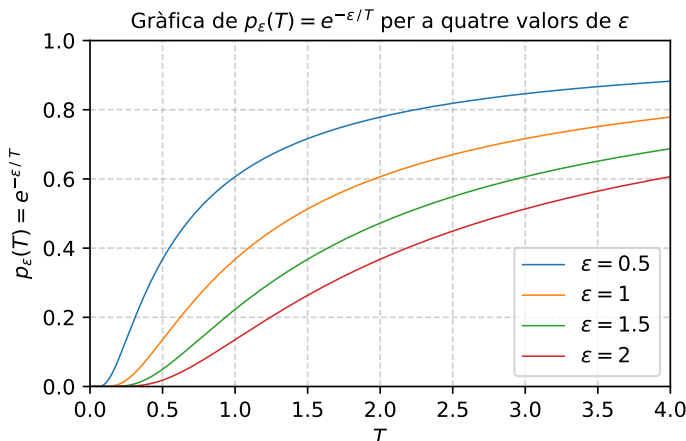


FIGURA 3. Representació de la funció $p_\epsilon(T) = e^{-\epsilon/T}$, on $\epsilon = E/k$, per a quatre valors de ϵ . Per a un valor de T donat, veiem que p_ϵ augmenta quan ϵ disminueix, i que per a un valor de ϵ fixat, p_ϵ augmenta quan T augmenta.

on $S_G = -k \sum_i p_i \ln p_i$ (és l'anomenada *entropia de Gibbs*) i $\langle E \rangle = \sum_i p_i E_i$ (*energia mitjana*). Per tant

$$\langle E \rangle = TS_G + F_G, \quad \text{o} \quad F_G = \langle E \rangle - TS_G, \quad (**)$$

on $F_G = -kT \ln Z$.

Identificant $\langle E \rangle$ amb l'energia interna U , la relació $F_G = \langle E \rangle - TS_G$ té la mateixa forma que la relació termodinàmica clàssica $F = U - TS$ que defineix l'energia lliure F , la qual cosa suggereix les identifications $F = F_G$ i $S = S_G$, que donen expressions estadístiques de les variables termodinàmiques S i F . Adonem-nos que l'entropia de Gibbs, S_G , és proporcional a $-\sum_i p_i \ln p_i$, que és l'expressió de l'*entropia de Shannon* (concepte clau de la seva teoria de la informació) de la distribució canònica $\{p_i\}$. ◀

[13] (Einstein, exponent de la física quàntica). Abraham PAIS, físic teòric (teoria quàntica de camps) i historiador de la ciència, va sobreviure l'Holocaust i va emigrar als Estats Units després de la 2a Guerra Mundial, als vint-i-vuit anys, i es va integrar a l'Institut d'Estudis Avançats de Princeton el 1946, on va conèixer l'EINSTEIN de seixanta-set anys que estava completant la seva Autobiografia. No van col·laborar científicament, però van conversar assíduament fins a l'any del traspàs d'EINSTEIN (1955). Aquestes llargues deliberacions van cristallitzar posteriorment en [4], un text considerat la millor biografia científica d'EINSTEIN i que també inclou molts detalls de la seva trajectòria humana. Les apreciacions que fa a la pàgina 9 em semblen molt oportunes en aquest punt:

Vaig arribar a entendre fins a quin punt m'equivocava en acceptar una creença força estesa que a Einstein simplement ja no li importava la teoria quàntica. Al contrari, només volia trobar una

teoria de camps unificada que no només unís les forces gravitacionals i electromagnètiques, sinó que també proporcionés la base per a una nova interpretació dels fenòmens quàntics. Sobre relativitat en parlava serenament, sobre la teoria quàntica amb passió. El tema quàntic era el seu dimoni. Només molt més tard vaig saber que Einstein havia dit una vegada al seu amic Otto STERN: “He pensat cent vegades més en els problemes quàntics que en la teoria de la relativitat general” [Carta de Res JOST a PAIS, agost de 1977]. Per les meves pròpies experiències només puc afegir que aquesta afirmació no em sorprèn.

En el Prefaci a l'edició de butxaca de [22], l'autor, Douglas STONE, va encara més enllà:

Basant-me en el treball de Martin KLEIN, T. S. KUHN i altres, presento la tesi que Einstein, més que PLANCK, BOHR i HEISENBERG, hauria de ser vist com el pare d'un dels avenços intel·lectuals més fonamentals de la civilització humana: la comprensió de les lleis de la natura a escala atòmica. Al meu entendre, el paper d'Einstein s'ha menystingut per dues raons. Primer, per l'èmfasi comprensible en les seves imponents contribucions a la teoria de la relativitat; i segon, pel seu rebuig definitiu, per motius filosòfics, de la mecànica quàntica com una teoria completa i «veritable». Va ser Einstein [continua a la Introducció] qui va introduir gairebé totes les idees revolucionàries subjacents a la teoria quàntica, i qui primer va veure què significaven aquestes idees.

En tot cas, els descobriments principals que Einstein va fer en el camp de la física quàntica es consignen a l'apèndix **Notes biogràfiques** (pàgina 59). ◀

14 (*perpetuum mobile*, o *mòbil perpetu*). El de primera espècie és una màquina imaginària que produeix treball indefinidament sense cap font d'energia externa. El principi de conservació de l'energia, o primer principi de la termodinàmica, no permet l'existència d'un tal giny. El de segona espècie és una màquina, també imaginària, que funciona periòdicament transformant energia d'un cert tipus en un altre tipus sense cap pèrdua. És també impossible perquè contradiu el segon principi de la termodinàmica. ◀

15 (Henri Poincaré i la relativitat). Als noms de HUME i MACH em sembla molt avinent afegir-li el de POINCARÉ. No és citat en tota l'Autobiografia, ni pràcticament en cap treball d'EINSTEIN, però tal com es comenta en nombrosos textos, com per exemple a [23], les obres següents possiblement van produir una forta impressió en EINSTEIN: l'article [24] (una lúcida anàlisi sobre la mesura del temps, la simultaneïtat i la duració); l'article [25], en el qual va observar que la conservació del moment lineal implicava que a una energia de radiació electromagnètica E ha de correspondre una massa igual a E/c^2 ; el llibre *La ciència i la hipòtesi* (1902, inclòs a [26] en versió anglesa; i possiblement també [27], on formula el «principi de relativitat» per a tots els processos físics, afirmant que «s'hauria de construir una nova mecànica» i anticipant que «la inèrcia creixeria amb la velocitat, essent la velocitat de

la llum el suprem de les velocitats possibles». POINCARÉ va publicar també [28] i [29] sobre dinàmica (relativista) de l'electró.

Al costat del POINCARÉ matemàtic, hi ha el POINCARÉ físic, força desconegut pels matemàtics, i també pels físics, encara que les raons d'aquests desconeixements no coincideixen. En tot cas, una sinopsi del POINCARÉ físic es pot trobar a [30], que aquí adaptem com segueix:

Reconegut com a matemàtic universal, comparable a GAUSS, POINCARÉ també va ser un físic excepcional. Va abastar tots els camps: mecànica; electromagnetisme; termodinàmica; quanta; i radioactivitat. Les seves principals aportacions van ser la introducció de la noció de caos i els treballs sobre relativitat. La contribució de POINCARÉ a la filosofia de la ciència és profunda i també mereix ser analitzada en termes de les noves idees introduïdes en la física. És aquest POINCARÉ, el físic, que presentem en aquest llibre.

Com a complement, és interessant el perfil que GALISON en fa a [31, p. 41] i en el qual destaca, al costat del físic, l'enginyer:

Qui endevinaria a partir de *La ciència i la hipòtesi*, el seu gran èxit editorial de 1902, que s'havia format com a enginyer de mines i treballat d'inspector a les perilloses mines de carbó de l'est de França? O que durant dècades havia ajudat a dirigir el «Bureau des Longitudes» de París, i n'havia estat president el 1899 i també el 1909 i el 1910? O que coeditava, i sovint hi publicava, una important revista d'electrotècnia on apareixien articles sobre qüestions fonamentals de l'electrodinàmica juntament amb d'altres sobre cables submarins i l'electrificació de les ciutats?

És molt recomanable l'article [32], que pondera la relació científica entre EINSTEIN i POINCARÉ des d'una perspectiva històrica. Està inclòs a [33], un volum en el prefaci del qual es recull la consideració següent: «hi ha una qüestió que, encara avui, potser no és prou divulgada: es tracta del fet que POINCARÉ s'avançà a Einstein en enunciar que la velocitat de la llum és una velocitat límit i que la massa depèn de la velocitat; en afirmar el principi de relativitat segons el qual cap experiment, mecànic o electromagnètic, no pot discriminar entre un estat de moviment uniforme i un estat de repòs; i en establir l'estructura de grup de les transformacions admissibles entre sistemes inercials, grup al qual donà el nom que ha persistit: “grup de Lorentz” [hauria estat just que hagués quedat com a “grup de Lorentz–Poincaré”, però cal també dir, com a compensació, que el “grup de Poincaré” ha quedat com el nom del grup generat per les transformacions de Lorentz i les translacions]. També establí la relació $E = mc^2$ d'una manera diferent a la que publicaria Einstein posteriorment».

EINSTEIN i POINCARÉ van coincidir, per primera i darrera vegada, en el Primer Congrés Solvay sobre «La teoria de la radiació i els quanta» (1911). EINSTEIN tenia 32 anys i POINCARÉ 54 (li quedava menys d'un any de vida). Tot i que, segons [23] i altres fonts, no es produí cap interacció significativa entre els dos, podem copsar el que POINCARÉ pensava per una carta que va enviar a l'ETH, institució que estava considerant oferir una plaça de professor

a EINSTEIN (separem la citació en tres paràgrafs, per destacar el contrapunt que representa el segon i que, almenys a posteriori, il·lustra el gran contrast entre la mentalitat d'EINSTEIN, orientada essencialment a produir resultats físics, i la de POINCARÉ, més enfocada a proporcionar visions programàtiques basades en les matemàtiques:

Einstein és una de les ments més originals que he conegut; malgrat la seva joventut, ja ha aconseguit un rang molt honorable entre els més importants experts del nostre temps. El que podem admirar en ell és, sobretot, la facilitat amb què s'adapta a nous conceptes i en treu totes les conseqüències. No roman lligat als principis clàssics i, davant d'un problema de física, és ràpid a adonar-se de totes les seves possibilitats. Això es tradueix immediatament a la seva ment per la predicció de nous fenòmens, que es poden verificar mitjançant experiments.

No vull dir que totes les seves prediccions es confirmaran quan finalment es posin a prova. Com que busca en totes les direccions possibles, s'hauria d'esperar, al contrari, que la majoria dels camins que segueix portin a un punt mort; però també es pot esperar que una de les direccions que ha assenyalat sigui la veritable; i això és suficient. Aquesta és la manera com s'ha de procedir. El paper de la física matemàtica és fer preguntes; només l'experiència pot respondre-les.

El futur demostrarà, cada cop més, el valor d'Einstein, i la universitat que aconsegueixi capturar aquest jove mestre pot estar segura que obtindrà molts honors de l'operació.

El cas és que POINCARÉ i EINSTEIN es van ignorar mútuament. Tal com podem llegir a [23], «Poincaré i Einstein van passar com vaixells a la nit, fent tot el possible per defugir-se l'un a l'altre». POINCARÉ no el va citar mai i, com que no va deixar cap arxiu de correspondència, el que pensava d'EINSTEIN, deixant de banda possibles conjectures, es redueix al que va consignar a la carta esmentada. En el cas d'EINSTEIN, no es va referir a POINCARÉ fins passats molts anys. Ho va fer ocasionalment, de manera laudatòria, però sense subratllar cap contribució concreta a la relativitat.

Encara una citació més, extreta de [30]:

Alguns historiadors de la ciència, com ara A. Pais, atribueixen la teoria únicament a Einstein. D'altres, com ara E. Witter, atribueixen la mateixa teoria únicament a Lorentz i Poincaré. [...] Els físics són cautelosos i prefereixen dir que la teoria resulta dels esforços combinats o successius de Lorentz, Poincaré, Einstein i Minkowski, i que les formulacions més recents són necessàriament superiors a les inicials.

Pot ser eclèctica, però tot comptat i debatut, l'article d'Einstein [34], amb dotze dècades de vida, encara brilla com cap altre per la contundència dels seus resultats físics, que inclouen posar de manifest el paper físic de les transformacions de Lorentz, l'ús d'aquestes transformacions per a l'explicació unificada de molts fenòmens, l'elaboració de la mecànica relativista, incloent-hi l'equivalència general de l'energia i la massa, i la teoria relativista del camp

electromagnètic, i tot amb aplicacions i validacions experimentals exhaustives.

En tot cas, el paper de POINCARÉ i LORENTZ ha estat analitzat per nombrosos autors, entre els quals ens semblen molt recomanables els llibres que hem citat en aquesta anotació, especialment [4]. ◀

16 (Transformacions de Lorentz). A la figura 4 es representen dos sistemes inercials S i S' . A la part **A**, els eixos x', y', z' de S' estan orientats de manera arbitrària respecte dels eixos x, y, z de S , i la velocitat de S' respecte de S és $\mathbf{v}$. El temps marcat pels rellotges de S' és t' , i t el marcat pels rellotges de S . La relació entre t, x, y, z i t', x', y', z' és la transformació de Lorentz, la qual dona t, x, y, z com a certes expressions lineals de t', x', y', z' (o viceversa).

A la part **B**, els eixos del sistema S' són paral·lels als de S i la direcció de la velocitat $\mathbf{v}$ és la de l'eix x , sobre el qual llisca l'eix x' . Es pot arribar a **B** des de la situació **A** fent oportunes rotacions dels eixos de S i de S' . En aquests canvis, que són purament geomètrics, el temps no hi té cap paper, i també és fàcil aconseguir que els orígens de S i de S' coincideixin precisament per $t = t' = 0$. És la situació que Einstein va adoptar com a punt de partida en l'article sobre relativitat de 1905 i que va usar en altres publicacions, com per exemple en el text divulgatiu [35, Capítol I, §§11, 12, 13]. En aquestes condicions la transformació adopta una forma especialment senzilla: posant $\gamma = \gamma(v) = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$,

$$t = \gamma(t' + vx'/c^2), \quad x = \gamma(vt' + x'), \quad y = y', \quad z = z'. \quad (\text{TL})$$

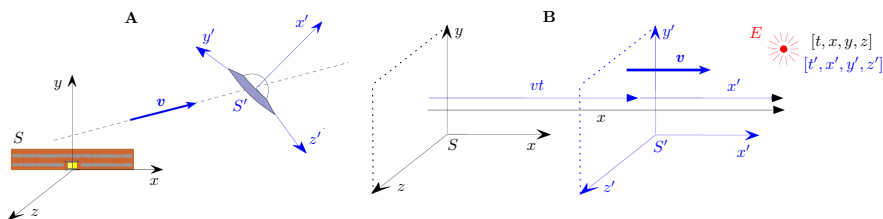


FIGURA 4. **A.** S i S' són dos sistemes inercials, i $\mathbf{v}$ és la velocitat de S' respecte de S . Després de girar els eixos de S' de manera que resultin paral·lels als de S , i potser una translació dels eixos de S en una direcció perpendicular a l'eix x , veiem que podem aconseguir la situació descrita a **B**. Un esdeveniment E té coordenades $[t, x, y, z]$ respecte de S i $[t', x', y', z']$ respecte de S' , on t i t' denoten el temps relatiu a S i a S' , respectivament.

Aquestes equacions es poden reformular d'una manera més simètrica (entre les dimensions d'espai i de temps) usant $\beta = v/c$, $\tau = ct$ i $\tau' = ct'$:

$$\tau = \gamma(\tau' + \beta x'), \quad x = \gamma(\beta \tau' + x'). \quad (L)$$

Adonem-nos que $\beta \in [0, 1)$ és l'expressió de v prenent c com a unitat de velocitat (v. la figura 5), mentre que τ (i τ') tenen dimensions de longitud. A més, la transformació inversa té la mateixa forma, però canviant v per $-v$,

és a dir, β per $-\beta$:

$$\tau' = \gamma(\tau - \beta x), \quad x' = \gamma(-\beta\tau + x). \quad (L')$$

En forma matricial la simetria encara és més palesa: les matrius de (L) i (L') tenen la forma

$$L = \gamma \begin{pmatrix} 1 & \beta \\ \beta & 1 \end{pmatrix} \quad \text{i} \quad L' = \gamma \begin{pmatrix} 1 & -\beta \\ -\beta & 1 \end{pmatrix}$$

i la comprovació que $L'L = LL' = I_2$ és immediata.

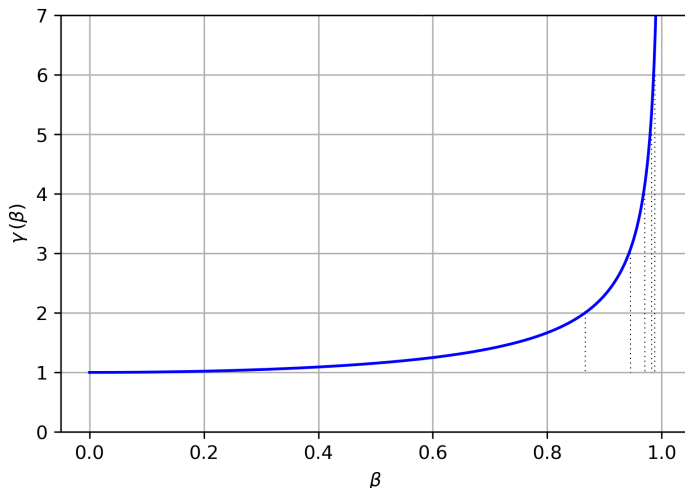


FIGURA 5. Gràfic de $\gamma(\beta) = 1/\sqrt{1-\beta^2}$, $0 \leq \beta < 1$. El creixement inicial és molt lent. Per exemple, $\beta = 1/10$ correspon a la velocitat $c/10$ m/s o $3.6 \cdot c/10$ km/hora, gairebé 107 925 284 km/hora, mentre que $\gamma(1/10) \approx 1.005$, visualment imperceptible en el gràfic. Per a $\beta = 2/10$, $\gamma(\beta) \approx 1.02$. A l'altra banda, obtenim $\gamma = 2, 3, 4, 5, 6, 7$ amb $\beta \approx 0.866, 0.943, 0.968, 0.980, 0.986, 0.990$. En els acceleradors de partícules, com ara l'electró o el protó, s'assoleixen factors γ molt alts, ja que les velocitats s'apropen molt a c .

Rotació hiperbòlica. Atès que $\beta \in [0, 1)$, inferim que hi ha un únic $\alpha \geq 0$ tal que $\tanh \alpha = \beta$. Llavors $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2} = 1/\sqrt{1-\tanh^2 \alpha} = \cosh(\alpha)$ i $\gamma\beta = \cosh \alpha \cdot \tanh \alpha = \sinh \alpha$, de manera que la matriu de la transformació L té la forma

$$R = \begin{pmatrix} \cosh \alpha & \sinh \alpha \\ \sinh \alpha & \cosh \alpha \end{pmatrix}, \quad (R)$$

que és l'expressió d'una *rotació hiperbòlica* de *rapiditat* α .

Grups de relativitat. És adient esmentar aquí que el principi de relativitat de fet implica, sense pressuposar res de c (cf. [1]), que existeix una velocitat universal $c \in (0, \infty]$ tal que les equacions que relliguen les coordenades relatives

a dos sistemes inercials S i S' tenen la forma, en la configuració de la figura 4-B i posant $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$,

$$t = \gamma(t' + vx'/c^2), \quad x = \gamma(vt' + x'), \quad y = y', \quad z = z', \quad (\text{TL}_c)$$

que són com TL però amb c en lloc de c . A més, si v' és la velocitat d'un tercer sistema inercial S'' respecte de S' , llavors la velocitat w de S'' respecte de S és, posant $\gamma' = 1/(1 + vv'/c^2)$,

$$w = \gamma'(v + v') \quad (w)$$

(lleï de composició relativista de velocitats). Si $c = \infty$, llavors $\gamma = \gamma' = 1$, $t = t'$, $x = x' + vt'$ i $w = v + v'$, que són les transformacions de Galileo (vàlides per a la cinemàtica de Galileo i Newton). Tanmateix, hi ha moltes raons que fan palès que aquestes transformacions no poden ser les que convenen a la física i de fet les observacions experimentals permeten concloure que $c = c$, c la velocitat de la llum en el buit, de manera que $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$, $\gamma' = 1/(1 + vv'/c^2)$, i les equacions TL_c coincideixen amb les equacions de Lorentz (TL).

El tractament matemàtic de les transformacions de Lorentz que trobem més satisfactori és mitjançant l'àlgebra geomètrica, especialment per la nitidesa amb què aquest formalisme resol la qüestió de la composició general d'aquestes transformacions (vegeu [36, §4] i la corresponent bibliografia). <

17 (Ús del concepte «continu»). En diversos llocs de l'Autobiografia l'autor usa el qualificatiu «continu», però en tots els casos realment es refereix al que es pot anomenar «continu diferenciable», ja que implícitament se suposa que els paràmetres que defineixen objectes, com ara els del camp electromagnètic o els del camp gravitatori, es poden derivar respecte de les coordenades. També es pot afegir que aquesta manera de procedir és força ubiqua en els textos de física. <

18 (Transformació de Lorentz i rotacions en quatre dimensions). Considerem la transformació de Lorentz en forma de rotació hiperbòlica (R) referida a la figura 4-B:

$$\tau = \tau' \cosh \alpha + x' \sinh \alpha, \quad x = \tau' \sinh \alpha + x' \cosh \alpha,$$

on α és la rapiditat de la transformació. Usant

$$\cosh \alpha = \cos i\alpha, \quad i \sinh \alpha = \sin i\alpha, \quad (*)$$

les relacions anteriors es poden escriure de la manera següent:

$$\tau = \tau' \cos i\alpha - ix' \sin i\alpha, \quad ix = \tau' \sin i\alpha + ix' \cos i\alpha.$$

Això mostra, posant $x_0 = \tau$, $x_1 = ix$, $x'_0 = \tau'$, $x'_1 = ix'$, que

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos i\alpha & -\sin i\alpha \\ \sin i\alpha & \cos i\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x'_0 \\ x'_1 \end{pmatrix}$$

la qual cosa revela que (R) es pot veure com una rotació euclidiana d'amplitud imaginària $i\alpha$. En particular és clar que $x_0^2 + x_1^2 = x'_0{}^2 + x'_1{}^2$, una igualtat que equival a $\tau^2 - x^2 = \tau'^2 - x'^2$ i que, per altra banda, és fàcil verificar directament. Naturalment, posant $x_2 = y$, $x_3 = z$, $x'_2 = y'$, $x'_3 = z'$, i atès

que $x_2 = x'_2$ i $x_3 = x'_3$, la relació entre (x_0, x_1, x_2, x_3) i (x'_0, x'_1, x'_2, x'_3) és una rotació en l'espai euclidià de dimensió 4 d'amplitud imaginària.

(*) Aquestes expressions s'obtenen a partir de

$$\cos \alpha = (e^{i\alpha} + e^{-i\alpha})/2, \quad \sin \alpha = (e^{i\alpha} - e^{-i\alpha})/2i,$$

que al seu torn són conseqüència de

$$e^{i\alpha} = \cos \alpha + i \sin \alpha \quad \text{i} \quad \cosh \alpha = (e^\alpha + e^{-\alpha})/2, \quad \sinh \alpha = (e^\alpha - e^{-\alpha})/2.$$

Per exemple, $\cos i\alpha = (e^{i(i\alpha)} + e^{-i(i\alpha)})/2 = (e^{-\alpha} + e^\alpha)/2 = \cosh \alpha$. $\triangleleft$

[19] («reduir la física a la geometria»). Sembla clar que la física no es pot reduir a la geometria, però la geometria és un formalisme que per la seva pròpia història s'ajusta molt bé a una presentació estructural de la relativitat. En el cas de la relativitat especial, l'estructura geomètrica pertinent és l'espai de Minkowski, que es pot introduir com un espai afí real de dimensió 4 dotat d'una forma quadràtica de signatura $\sigma = (1, -1, -1, -1)$, la qual en una base ortonormal s'escriu $x_0^2 - (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)$. En el cas de la relativitat general, l'estructura idònia és una generalització de l'espai de Minkowski, és a dir, una varietat diferenciable de dimensió 4 dotada d'una forma quadràtica diferenciable de signatura σ (v. [1]).

Actualment, aquest paradigma no es redueix a una propensió matemàtica, sinó que és generalment acceptat pels físics relativistes, com és el cas de Kip THORNE (Premi Nobel de Física 2017 per les seves decisives contribucions a la detecció d'ones gravitacionals), i del seu coautor Roger BLANDFORD, que en el tractat [37, §25.1] afirmen: «La nostra presentació és orgullosament geomètrica, ja que ens sembla l'enfocament més potent de la relativitat general per a la majoria de les situacions». $\triangleleft$

[20] (Sistema Internacional d'unitats 2020). Tot i que el radi de l'electró no sigui una longitud ben definida, el sentit dels comentaris d'EINSTEIN sobre «unitats naturals» suggereix esmentar breument l'actual definició del sistema internacional d'unitats (SI), l'evolució del qual ha estat nodrida significativament per les seves contribucions. En la sessió del 18 de novembre de 2018, la 26a Conferència General de Pesos i Mesures va redefinir quatre de les set unitats bàsiques (kilogram, ampere, kelvin i mol), afegint-se així a la redefinició del segon (1967/68) i del metre (1983) usant constants físiques fonamentals. Ho esquematitzem en dues taules i un gràfic. La Taula 1 és una sinopsi de les dimensions i unitats bàsiques del SI junt amb els símbols amb què es designen; la Taula 2 conté els símbols de les constants fonamentals, una breu descripció d'elles, i el valor en el qual han quedat fixades. El gràfic de la Figura 6 mostra les dependències de les unitats bàsiques de les constants fonamentals.

El cas K_{cd} és especial, ja que la definició depèn de dues unitats derivades, el watt ($W = J/s$) i el lumen (lm), la unitat de flux lluminós que es defineix com el flux de $\frac{1}{683}$ W per a la radiació monocromàtica de freqüència 540×10^{12} Hz (llum verda). $\triangleleft$

TAULA 1. Dimensions i unitats bàsiques del SI.

Dimensions	Unitat	Símbol
temps [T]	segon	s
longitud [L]	metre	m
massa [M]	kilogram	kg
corrent elèctric [I]	ampere	A
temperatura [Θ]	kelvin	K
substància [N]	mol	mol
lluminositat [J]	candela	cd

TAULA 2. Constants fonamentals usades pel SI i els valors en què s’han fixat.

Símbol	Descripció	Valor
$\Delta\nu_{\text{Cs}}$	frequència de transició hiperfina del Cs (cesi)	9 192 631 770 Hz
c	velocitat de la llum	299 792 458 m/s
h	constant de Planck	$6.626\,070\,15\times10^{-34}$ J·s
e	càrrega elemental	$1.602\,176\,634\times10^{-19}$ C
k	constant de Boltzmann	$1.380\,649\times10^{-23}$ J/K
N_A	constant d’Avogadro	$6.022\,140\,76\times10^{23}$ mol ⁻¹
K_{cd}	eficàcia lumínica radiació 550 THz	683 lm/W

21 (Massa inercial = massa gravitacional). La millor precisió amb què s’ha mesurat fins ara és que l’acceleració diferencial entre dues masses de composicions diferents és inferior a dues parts entre 10^{-15} . Aquest resultat es va obtenir amb el satèl·lit del «Centre national d’études spaciales» francès, **MICROSCOPE**, posat en òrbita «heliocèntrica» entre 2016 i 2018. Hi ha un projecte de la NASA/ESA per arribar a una precisió de 10^{-18} amb el satèl·lit STEP («Satellite Test of the Equivalence Principle»), però actualment (juny 2025) està aturat. També hi ha la proposta **STE-QUEST** de la **ESA** dissenyada per obtenir una precisió almenys de l’ordre de 10^{-17} . <

22 (Grup de la relativitat general). El fet de referir-ho tot al «grup de transformacions contínues de coordenades» es pot complementar amb la visió estructural arrelada en la geometria diferencial, concretament en la geometria de les varietats lorentzianes $(\mathcal{M}, g)$, que podem suposar de dimensió 4 pel context de la discussió d’EINSTEIN, i on g és un tensor covariant simètric d’ordre 2 amb signatura $(1, -1, -1, -1)$ en cada punt. En aquest paradigma, les equacions s’han d’escriure en termes del càlcul intrínsec de la varietat $\mathcal{M}$, tot i que naturalment cada concepte intrínsec té una expressió en termes de qualsevol sistema de coordenades, i sense menystenir que en principi

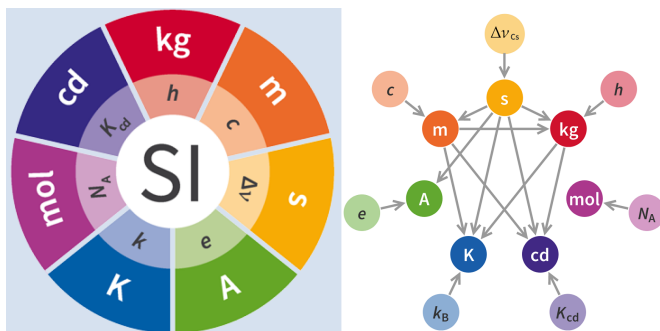


FIGURA 6. A l'esquerra es mostren els símbols de les set unitats bàsiques i les constants físiques de què depenen. A la dreta es mostra la dependència que cada unitat té de les constants fonamentals. Així el segon només depèn de $\Delta = \Delta\nu_{Cs}$; el metre depèn de c i de Δ ; el kg, de Δ , c i h ; l'ampere, de la càrrega elemental e i de Δ ; el mol només depèn del nombre d'Avogadro, N_A ; el kelvin, de k_B , Δ , c i h ; i la candela, de K_{cd} , Δ , c i h . Crèdit de la imatge: Bureau International des Poids et Mesures (BIPM), que il·lustra la redefinició del 2019 de les unitats bàsiques del SI basada en constants fonamentals fixades.

els càlculs respecte d'un sistema de coordenades poden tenir valor a l'hora d'entreveure una relació intrínseca. Per exemple, és fàcil introduir una definició intrínseca de vector tangent en un punt i tot seguit escriure com s'expressa un vector tangent qualsevol respecte d'unes coordenades vàlides en l'entorn del punt. Això no és gaire diferent del que passa en geometria euclidiana del pla, en què la distància entre dos punts P i Q es defineix (estructuralment) com a la longitud del vector diferència, $|Q - P|$, i, en canvi, s'expressa com a $\sqrt{(q_x - p_x)^2 + (q_y - p_y)^2}$ en qualsevol sistema de coordenades cartesianes rectangulars (x, y) . N'hem vist un altre cas interessant quan en relativitat especial hem obtingut la relació $\tau^2 - x^2 = \tau'^2 - x'^2$, que és anàleg a l'exemple del pla euclidià, però que aquí ens permet albirar la noció intrínseca que pròpiament li correspon: el pla hiperbòlic (signatura $(1, -1)$). Una constatació similar es presenta arreu en geometria diferencial. Un exemple emblemàtic és el teorema egregi de Gauss, el qual va establir que la curvatura d'una superfície, definida extrínsecament com el producte de les curvatures principals, era de fet una noció intrínseca. Un altre exemple egregi és el de l'equació d'Einstein de la relativitat general, que es pot escriure $\text{Ricci}(g) - \frac{1}{2}R(g)g = \kappa T$, on $\text{Ricci}(g)$ és el tensor de Ricci de g (una contracció del tensor de curvatura de Riemann–Christoffel), $R(g)$ és la curvatura de g , T el tensor d'energia-impulsió, i κ una constant universal (relacionada amb la constant de la gravitació de Newton), una equació que en un sistema de coordenades adopta la forma coneguda com a «equacions d'Einstein» i que comentarem a la pròxima anotació. En el monumental tractat *Gravitation*, [38], podeu trobar (Box 8.6) una sinopsi d'una llista de conceptes expressats en forma abstracta (intrínseca) i en forma de components (coordenades). ◀

23 (Equacions d'Einstein de la relativitat general). Aquestes equacions són la transcripció en coordenades (components) dels tres termes de l'equació d'Einstein comentada a l'anotació anterior. Concretament, R_{ik} són les components del tensor Ricci(g), g_{ik} les de la mètrica lorentziana g , T_{ik} les del tensor d'energia-impuls, i on R és la curvatura escalar. En el text [37] el tensor d'energia-impuls (la nomenclatura generalment acceptada) s'anomena, una mica idiosincràticament, «stress-energy tensor», i no he sabut trobar una traducció adient que reculli el sentit de «pressió i cisallament» que té «stress». ◀

24 (Evolució posterior de la física quàntica). Fins aquí EINSTEIN ha esquematitzat els arguments del famós article de 1935 amb Boris PODOLSKY i Nathan ROSEN, [39], habitualment abreujat com a EPR, però en aquesta qüestió l'evolució posterior de la física no li ha donat la raó, tot i que:

És universalment reconegut que Einstein va ser el primer a identificar la propietat de l'entrellaçament en la teoria quàntica, que posteriorment va concretar mitjançant l'experiment mental EPR. En els darrers quaranta anys s'han dut a terme molts experiments diferents que confirmen justament el que Einstein temia: les partícules quàntiques separades es comporten tal com va predir a l'article de l'EPR. Els contraintuïtius “parells EPR” que va preveure Einstein per primera vegada ara es consideren un “recurs” per al processament de la informació quàntica. Per tant, l'intent d'Einstein de posar en dubte la teoria s'ha convertit en la seva última visió revolucionària sobre la naturalesa de la realitat, tota una ironia [22, *loc. cit.*].

De fet, [1, pàgines 17-18]: «EPR ha tingut un efecte catalitzador de les èpiques recerques de molts investigadors, especialment John BELL i Richard FEYNMAN, que van culminar en el Nobel de Física de 2022 a Alain ASPECT, John CLAUSER, Anton ZEILINGER, “pels experiments amb fotons entrellaçats, establint la violació de les desigualtats de Bell, i per ser pioners en la ciència de la informació quàntica”. El paper de BELL és crucial, ja que va ser el primer a demostrar (1966) que “cap teoria física amb variables ocultes locals pot reproduir totes les prediccions de la mecànica quàntica”, però la comprovació experimental, iniciada el 1972 per CLAUSER (un dels guardonats) i Stuart FREEDMAN, ha resultat ser una epopeia científica d'una gran complexitat teòrica i experimental. Un Nobel molt merescut.», que continua amb aquest paràgraf:

«En una entrevista a Alain ASPECT en l'ocasió de ser guardonat amb el Nobel, la darrera pregunta va ser: “Què en penses de la gent que diu que vas demostrar que Einstein estava equivocat?” I ASPECT va respondre: “Això es diu sovint del meu experiment, però em sembla que no és gens just. Einstein va plantejar un problema i la seva visió del món el va dur a concloure que la mecànica quàntica era incompleta. Niels BOHR discrepava d'aquesta conclusió [de fet va escriure immediatament un article que rebutava els arguments de l'article EPR]. Els experiments que hem estat realitzant per comprovar si la desigualtat de Bell se satisfà (o no) mostren que la mecànica

quàntica no es pot completar en les direccions en què Einstein possiblement estigués pensant. Des d'aquest punt de vista és cert que no tenia tota la raó. Però ell no coneixia els nostres experiments i a la seva època podia pensar que la seva interpretació era compatible amb la física estàndard, de manera que no sabem què n'hauria dit. A més, l'entrellaçament quàntic és una propietat molt important que ell va saber detectar i ensem amb afirmar quant sorprenent era. Així que a la pregunta responc que el que he mostrat és que Einstein era genial. I si hagués conegut el que tenim avui, ningú sap què hauria dit"». <

25 (Generalització de la teoria de la gravitació). El que EINSTEIN exposa a continuació ve a ser un extracte de l'Apèndix II (inclòs a partir de l'edició de 1950) del text [40] (a cura, i amb prefaci, de Sir William H. MCCREA). En les breus paraules amb què EINSTEIN presenta l'edició, signades el desembre de 1954, diu: «Per a la present edició he revisat completament la “Generalització de la teoria de la gravitació” sota el títol “Teoria relativista del camp no simètric”. Perquè he aconseguit —en part en col·laboració amb la meua assistent B. KAUFMAN— simplificar les derivacions, així com la forma de les equacions de camp. Tota la teoria esdevé així més transparent, sense canviar-ne el contingut.»

De les consideracions que MCCREA fa en el prefaci, totes molt oportunes, recollim a continuació les que ens semblen més rellevants pel que fa a la natura i repercussió de la teoria.

Dues característiques de la relativitat general no van ser tan satisfactòries com Einstein desitjava. En primer lloc, seguint E. Mach, va considerar que allò que es reconeix localment com a propietats inercials de la matèria local ha de quedar determinat per les propietats de la resta de la matèria de l'univers. Fins a quin punt la relativitat general compleix aquesta expectativa encara no està decidit. Així i tot, Einstein va aconseguir fundar, amb els seus esforços per aclarir aquesta qüestió, l'estudi modern de la cosmologia.

En segon lloc, tot i que en general l'electromagnetisme havia assenyalat el camí cap a la relativitat general, no es va incloure en la teoria, ja que no era una propietat del camp fonamental únic. Es pot introduir un altre camp essencialment independent, i la teoria en conjunt pot donar una explicació àmpliament satisfactòria de l'electrodinàmica. Però, com escriu Einstein a les pàgines 93-4, “Seria molt preferible una teoria en què el camp gravitatori i el camp electromagnètic no entrin com a estructures lògicament diferents”.

Del context d'aquesta i altres observacions similars (per exemple, pàgines 47-8), és manifest que Einstein esperava molt més d'una teoria unificada que una mera amalgama de gravitació i electromagnetisme a escala macroscòpica. Pensava que la teoria havia d'explicar l'existència de partícules elementals i havia de proporcionar un tractament de les forces nuclears. Einstein va passar la major part de la segona meitat de la seva vida perseguint aquest objectiu, però sense cap èxit palpable.

Aquesta obra és el que més s'ha apropat a un llibre de text escrit per Einstein. Ho degué considerar un esforç seriós, ja que va utilitzar les seves edicions posteriors com a vehicle per a la publicació dels seus intents finals de construir una teoria unificada. Originalment, el llibre consistia en la versió escrita d'algunes conferències impartides a Princeton el 1921. El text fa l'efecte que Einstein tenia l'esperança de desenvolupar-lo en un tractament més sistemàtic, però la seva determinació va flaquejar. Perquè el resultat és una explicació del tema que és una mica irregular tant pel que fa a la profunditat com al grau de detall del tractament. En conseqüència, qualsevol que busqui una excusa per no llegir el llibre té una tasca força fàcil, cosa que pot explicar per què l'existència del llibre sembla més coneguda que el seu contingut. De fet, a més de ser el pioner de molts dels enfocaments ara coneguts del tema, el llibre conté diverses idees que posteriorment han estat reinventades per altres investigadors; ni ells ni els seus lectors van adonar-se de la prioritat d'Einstein malgrat que de l'obra se n'han fet sis edicions.

[...] Si es deixa de banda el requisit de simetria [de les g_{ik}], s'obté un conjunt ampliat d'equacions. Aquestes són les que Einstein ofereix aquí com a base per a una teoria de camps unificada. Indica els requisits físics d'aquesta teoria només en termes generals i no detalla com espera que les equacions els compleixin. Amb el temps, altres investigadors van demostrar més enllà de tot dubte que els requisits *no* es compleixen. Així, l'experimentació amb un model geomètric, que havia tingut un èxit tan brillant en conduir Einstein a la teoria de la relativitat general, no serveix de res per avançar més enllà.

És a dir, la darrera teoria d'EINSTEIN sobre la unificació de gravitació i electromagnetisme, que era complexa des del punt de vista matemàtic, no va aconseguir predir nous fenòmens observables i no sembla que ningú la prosseguís en sentit estricte. No obstant això, s'ha de considerar precursora de les teories de «gravitació geomètrica» modernes, com ara els «espais d'Einstein–Cartan» (cf. [41], [42], [43], [44]), la «gravitació de Rastall» (cf. [45]), o la «geometria de Weyl» (cf. [46]). ◁

Índex de científics

BERNSTEIN, Aaron (1812-1884). Pioner de la divulgació de temes científics (física, química, biologia) amb claredat i entusiasme. Els seus «Llibres de ciència per al poble» van inspirar l'EINSTEIN adolescent.

BOHR, Niels (1885-1962). El 1913 elaborà un model de l'àtom basat en l'aplicació de les idees de PLANCK al model planetari de RUTHERFORD (1911). Aquest model li permeté obtenir l'espectre de l'àtom d'hidrogen i fou molt influent en l'explicació de les propietats químiques dels elements i de la taula periòdica. Enuncià el «principi de complementarietat», segons el qual un objecte quàntic no pot ser explicat alhora, en termes clàssics, com a partícula i com a ona.

BOLTZMANN, Ludwig (1844-1906). Va desenvolupar la mecànica estadística, la qual proporciona un fonament per a la termodinàmica basat en la mecànica d'àtoms i molècules. Va descobrir la fórmula $S = k \log W$ (*equació de Boltzmann*), on S designa l'entropia d'un sistema termodinàmic, W el nombre d'estats microfísics compatible amb l'estat macroscòpic, i k una constant (*constant de Boltzmann*). En el SI d'unitats actual (redefinició de 2019), té un valor fixat: $k = 1,380649 \times 10^{-23}$ J/K (J = joule, K = kelvin).

BORN, Max (1882-1970). El 1927, junt amb HEISENBERG i BOHR, van introduir la interpretació estadística de la mecànica quàntica, que es coneix com la «interpretació de Copenhagen».

DIRAC, Paul A. M. (1902-1984). Fou un dels fundadors de la mecànica quàntica i establí les bases de l'electrodinàmica quàntica (o, més en general, de la teoria quàntica de camps) a partir de l'equació (relativista) que porta el seu nom (*equació de Dirac*), amb la qual va predir l'existència del positró (l'antipartícula de l'electró). Va encunyar el terme «gravitó» (el *quantum* del camp gravitatori).

EÖTVÖS, Loránd (1848-1919). Va inventar el pèndol de torsió i el va usar per mesurar amb precisió creixent la igualtat de les masses inercial i gravitacional (principi d'equivalència feble), i també el valor de la constant gravitatòria (G) introduïda per NEWTON.

EULER, Leonhard (1707-1783). La seva vasta obra va aportar contribucions fonamentals en moltes branques de les matemàtiques i la física, especialment l'anàlisi, la geometria, la mecànica, l'òptica, i la teoria de fluids, entre d'altres. Entre els resultats i descobriments que porten el seu nom trobem les fórmules: $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$; $C - A + V = 2$ per un poliedre convex (on C , A , V denoten el nombre de cares, arestes i vèrtexs, respectivament); $a^{\varphi(n)} \equiv 1$

mod n (on n i a són nombres naturals relativament primers i $\varphi(n)$ és el nombre d'enters $x \in [1, n)$ relativament primers amb n , és a dir, $\text{mcd}(x, n) = 1$); en geometria, la recta i relació d'Euler (en tot triangle, el circumcentre O , el baricentre G i l'ortocentre H estan alineats i $H - O = 2(G - O)$) i la circumferència d'Euler (dit cercle dels nous punts d'un triangle perquè passa pels punts mitjans dels costats, pels peus de les altures, i pels punts mitjans dels segments que uneixen els vèrtexs amb l'ortocentre); en mecànica, les equacions de les rotacions d'un sòlid rígid; en física, les equacions que regeixen la dinàmica de fluids ideals i les equacions d'Euler-Lagrange; en equacions diferencials ordinàries, un mètode d'Euler per resoldre-les numèricament. També va introduir les notacions $f(x)$, π , e , i , així com la constant $\gamma \approx 0,5772$ dita d'Euler-Mascheroni (és el límit quan $n \rightarrow \infty$ de $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} - \ln(n)$).

FARADAY, Michael (1791-1867). Tot i no tenir formació matemàtica avançada, va canviar la ciència amb experiments brillants i intuïció física excepcional en els camps de l'electromagnetisme i electroquímica. Va introduir la noció de camp electromagnètic i va descobrir la llei d'inducció electromagnètica, que van ser clau per establir les equacions de Maxwell i en la revolució tecnològica del segle XIX (lleis de l'electròlisi, motor elèctric).

GALILEO, Galilei (1564-1642). Per la seva defensa del mètode experimental quantitatiu i la introducció de les matemàtiques per a l'explicació de les lleis físiques, se'l considera el «pare de la ciència moderna». Destaquen les seves contribucions a la física (principi d'inèrcia, llei de caiguda dels cossos, mesura del temps amb un pèndol) i a l'astronomia (descobriments amb un telescopi refractor construït per ell mateix: cràters de la Lluna, taques solars, fases de Venus, satèl·lits de Júpiter).

GIBBS, Josiah Willard (1839-1903). Perfeccionà els treballs de MAXWELL i BOLTZMANN sobre la mecànica estadística i el seu ús per fonamentar la termodinàmica, teoria que aplicà a la química i creà així la fisicoquímica. La seva obra principal es titula *Elementary Principles of Statistical Mechanics* (1902; fou traduïda a l'alemany el 1905).

HEISENBERG, Werner (1901-1976). Va introduir la «mecànica de matrius» (1925) per fonamentar la mecànica quàntica. Va descobrir el «principi d'incertesa» i, junt amb BORN i BOHR, va promoure (1927) la interpretació estadística de la mecànica quàntica, usualment coneguda com la «interpretació de Copenhaguen».

HELMHOLTZ, Hermann (1821-1894). Fisiòleg (oftalmologia, fisiologia sensorial) i físic (acústica, electromagnetisme). H. HERZ i M. PLANCK van ser deixebles seus. Enuncià el principi de conservació de l'energia.

HERTZ, Heinrich (1857-1894). Va provar experimentalment (1888) l'existència de les ones electromagnètiques predites per J. C. MAXWELL, obrint així el camí de la telegrafia sense fils. També va descobrir l'efecte fotoelèctric.

HUME, David (1711-1776). Considerat el darrer dels grans empiristes britànics, és autor del «Tractat de la naturalesa humana» (1739), del qual en va

fer una exposició més senzilla en els llibres *Investigació sobre l'enteniment humà* (traducció publicada el 1998 per Edicions 62) i *Investigació sobre els principis morals*.

HURWITZ, Adolf (1859-1919). Deixeble de Felix KLEIN, va obtenir importants resultats en anàlisi complexa, teoria de nombres, àlgebra i geometria. Entre els seus alumnes hi ha David HILBERT i Hermann MINKOWSKI.

KALUZA, Theodor (1885-1954). Va ser el primer a proposar una teoria unificada de la relativitat general i l'electromagnetisme (1921) mitjançant un espai-temps de cinc dimensions. Fou estesa per Oskar KLEIN i és coneguda com a «teoria de Kaluza-Klein».

KANT, Immanuel (1724-1804). Filòsof (epistemologia, metafísica, ètica), atret per la matemàtica i la física de NEWTON, és autor d'obres com la «Crítica de la raó pura» (1781), «Crítica de la raó pràctica» (1788) i «Crítica del judici» (1790).

KIRCHHOFF, Gustav Robert (1824-1887). Conegut per la seva teoria dels circuits elèctrics (lleis de Kirchhoff) i les seves contribucions a l'espectroscòpia i a la teoria de la radiació del cos negre (locució introduïda per ell mateix el 1860).

LORENTZ, Hendrik Antoon (1853-1928). Com a físic teòric orientà el seu treball a l'electromagnetisme (força de Lorentz, per exemple), la teoria de l'electró i la relativitat, una àrea en la qual fou precursor (contracció de Lorentz-FitzGerald, explicació de l'aberració de la llum i de l'experiment de FIZEAU relatiu a la velocitat de la llum en líquids en moviment, i introducció de les transformacions que avui porten el seu nom).

MACH, Ernst (1838-1916). Físic (òptica, acústica, termodinàmica), filòsof positivista (epistemologia), i historiador de la ciència (sobretot l'obra «La mecànica i el seu desenvolupament, presentada històricament i críticament» (1883, 2a edició 1889), traduïda al francès (1904)). Va destacar la importància de la velocitat de propagació del so en aerodinàmica i en particular va introduir el que es coneix com a «nombre de Mach» (quocient de la velocitat d'un mòbil respecte de l'aire i la velocitat del so a l'aire en repòs).

MAXWELL, James Clerk (1831-1879). És conegut principalment per una presentació unificada de les lleis de l'electricitat i el magnetisme mitjançant les «equacions de Maxwell» (presentades el 1865, millorades el 1873 en el seu «Treatise on Electricity and Magnetism», i reformulades posteriorment mitjançant el càlcul vectorial desenvolupat per HEAVISIDE, GIBBS i HERTZ). Va sospitar que les ones lumíniques podien ser ones electromagnètiques (1862, carta a FARADAY) i se'n va convèncer plenament el 1865 després de calcular la velocitat de les ones electromagnètiques en el buit i trobar que era molt propera a la velocitat de la llum, incorporant així l'òptica en el paradigma electromagnètic. També és conegut per les seves contribucions a la teoria cinètica dels gasos (distribució de Maxwell, dimoni de Maxwell) i per la seva

teoria dels colors, obtenint com a aplicació el que es considera la primera fotografia en color.

MINKOWSKI, Hermann (1864-1909). Va cultivar la teoria de nombres (teoria geomètrica) i la física matemàtica, destacant un article de 1908 en què transcriu la teoria de la relativitat especial al llenguatge geomètric (l'espai-temps de Minkowski, una noció que tindrà un paper important en la formulació de la teoria de la relativitat general).

NEWTON, Isaac (1642-1727). Es considera un dels més grans científics de tots els temps i certament la figura clau de la revolució científica iniciada per COPÈRNIC, GALILEO i KEPLER. La seva obra cabdal es titula *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* (1687), o «Principis Matemàtics de la Filosofia Natural». En aquesta obra es formula el càlcul infinitesimal (fluxions), la llei de la gravitació universal i les tres lleis del moviment (el fonament de la mecànica clàssica: principi d'inèrcia, proporcionalitat entre la força i l'acceleració, i igualtat entre les forces d'acció i de reacció). La seva mecànica s'aplica igualment als moviments a la Terra (explica, per exemple, l'aplatament de la Terra a causa de la seva rotació) com als dels objectes del sistema solar (dedueix les tres lleis de Kepler, que regeixen el moviment de planetes, cometes i satèl·lits, i explica el fenomen de les marees). Va construir el primer telescopi reflector (1671) i va desenvolupar una teoria del color a partir de la descomposició de la llum blanca produïda per un prisma en els colors de l'espectre visible (els colors de l'arc de Sant Martí). Segons ell, la natura de la llum és corpuscular.

OSTWALD, Wilhelm (1853-1932). Descobridor d'una llei que porta el seu nom relativa a la dissociació en les dissolucions d'electròlits, i d'un procediment per obtenir àcid nítric per oxidació de l'amoníac (usat per a la producció de fertilitzants, però també d'explosius que Alemanya va usar durant la Primera Guerra Mundial). Va idear un viscosímetre (per mesurar la viscositat de dissolucions).

PLANCK, Max (1858-1947). Reconegut com el pare de la teoria quàntica, obtingué la fórmula per a la densitat d'energia de la radiació d'un cos negre $\rho(\nu, T)$ a temperatura absoluta T per a una freqüència qualsevol ν (fórmula de Planck). En la justificació teòrica de la fórmula, va introduir el *quantum* d'acció h i la fórmula $E = h\nu$ per a la l'energia corresponent.

RIEMANN, Bernhard (1826-1866). Va fer profundes contribucions a la teoria (analítica) de nombres (funció zeta), a l'anàlisi real («integral de Riemann», sèries de Fourier), a l'anàlisi complexa (va introduir les superfícies que porten el seu nom, «superfícies de Riemann», entre molts altres conceptes), i a la geometria diferencial (en particular, va introduir les varietats que porten el seu nom, «varietats riemannianes», i conceptes relacionats, com ara la «curvatura»).

SCHILPP, Paul Arthur (1897-1993). Filòsof i educador, fou editor durant molts anys de la *Library of Living Philosophers*, la qual conté, entre d'altres, volums dedicats a Albert EINSTEIN, Kurt GÖDEL, Karl POPPER i Bertrand RUSSELL.

SCHRÖDINGER, Erwin (1887-1961). Va desenvolupar la «mecànica quàntica ondulatoria», basada en l'equació que porta el seu nom (equació de Schrödinger). També va cultivar altres camps de la física, com ara la mecànica estadística i la termodinàmica, la relativitat general i la cosmologia.

STEFAN, Josef (1835-1893). Va conjecturar (1879) que la densitat d'energia ρ de la radiació d'un cos negre a temperatura absoluta T és proporcional a T^4 ($\rho = \sigma T^4$, llei de Stefan). La justificació teòrica, en el marc de la teoria de Maxwell, la va obtenir el seu alumne BOLTZMANN, de manera que el resultat es coneix com a llei de Stefan–Boltzmann i σ com a constant de Stefan–Boltzmann ($\sigma = 5,670\,373\,(21) \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$). STEFAN va aplicar la seva llei per determinar la temperatura de la superfície del Sol: el valor que va trobar, 5430°C , és proper al valor mitjà conegut actualment, 5500°C .

WIEN, Wilhelm (1864-1928). Conegut per la llei que porta el seu nom relativa a la radiació del cos negre (obtinguda el 1893) i que s'expressa amb la fórmula $\lambda_{\max} \cdot T = 2,897\,771\,195 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$, on $\lambda_{\max}$ és la longitud d'ona per a la qual la radiació del cos negre a temperatura absoluta T és màxima. Permet obtenir la temperatura de la fotosfera de les estrelles, en particular del Sol. Es pot obtenir com a conseqüència de la llei de Planck (1900).

Notes biogràfiques

Per a l'elaboració d'aquest annex hem usat [23, Chronology, pàgines 849-860]. També hem tingut en compte [47, Cronologia, pàgines 9-17], obra que podeu trobar en línia, i he usat algunes frases de [1].

Els primers anys. EINSTEIN neix a Ulm (Alemanya) el 14 de març de 1879. El 1880 la família es trasllada a Múnic, que és on cursa l'ensenyament primari públic a partir de 1885 i el secundari al Luitpold-Gymnasium de 1888 a 1894, incloent-hi ensenyaments sobre judaisme (a primària n'havia rebut sobre catolicisme, un contrapunt al que sobre judaisme havia après en el si de la família).

El 1894 la seva família es trasllada a Milà i, a la primavera de 1895, sense haver acabat els estudis secundaris, Einstein els segueix. Uns mesos després intenta entrar a l'«Eidgenössische Technische Hochschule» (ETH), però no ho aconsegueix. A suggeriment del director de l'ETH, es matricula a un curs preparatori a l'escola cantonal d'Aarau, el certificat del qual equivalia a la superació de l'examen d'entrada a l'ETH (en l'avaluació final dels estudiants hi participaven professors d'aquesta escola). Va ser el curs 1895-1896 i «va ser el millor en àlgebra, geometria, física i alemany, i notable en geometria descriptiva i química. En canvi, va ser dels darrers en dibuix i dibuix tècnic, francès i geografia. La mala puntuació de francès contrasta amb el contingut premonitori de l'assaig que va escriure per a l'examen (amb faltes d'ortografia i de gramàtica), ja que hi va exposar amb tota precisió què esperava aconseguir, si obtenia el diploma, amb la carrera universitària» (v. [1]). En una vetllada musical durant aquell curs, coneix a Michele Angelo BESSO, que serà amic i confident, científic i personal, durant la resta de la seva vida.

El 1896 renuncia a la nacionalitat alemanya (serà apàtrida fins a aconseguir, cinc anys després, la nacionalitat suïssa, que conservarà tota la vida) i ingressa a l'ETH, on coneix dos companys d'estudis que tindran un paper important en la seva vida: Marcel GROSSMANN i Mileva MARIĆ, amb la qual aviat estableix relacions afectives.

El 1900 finalitza els estudis a l'ETH. El diploma l'habilita per ensenyar física i matemàtiques a l'ensenyament secundari.

1901-1904. Intenta aconseguir, sense èxit, diferents llocs de treball permanents. Apareix publicat (1901) el seu primer treball científic —sobre capilaritat— a la prestigiosa revista *Annalen der Physik* (AdP). El presenta com a primera tesi doctoral a la Universitat de Zúric (1901) i és rebutjada. El primer lloc de treball l'obté el 1902, com a perit tècnic de tercera classe a

l'Oficina Suïssa de Patents (Berna). Durant el prometatge d'EINSTEIN i MARIĆ neix a Novi Sad (avui, Sèrbia) la seva filla Lieserl EINSTEIN, el fat real de la qual és incert (s'especula que podria haver mort d'escarlatina el setembre de 1903). El pare d'EINSTEIN mor a Milà. El 1903 EINSTEIN i Mileva MARIĆ contreuen matrimoni i el 1904 neix el seu primer fill, Hans Albert EINSTEIN, a Berna, el qual esdevindrà un enginyer hidràulic prestigiós. Dels cinc articles que publica en aquest període n'hem parlat a l'anotació [10].

1905, annus mirabilis. Aquest epítet apunta a la quantitat i transcendència de les seves creacions durant aquest any. Apareixen publicats als AdP tres treballs que després esdevindran pilars de la física del segle XX: un sobre la hipòtesi dels *quanta* de llum, un altre sobre el moviment brownià i un tercer sobre la seva teoria de la relativitat especial. Presenta la seva tesi doctoral a la Universitat de Zúric sobre la determinació de les dimensions moleculars. Aquesta vegada és acceptada (i es publica als AdP a principis del 1906). En un cinquè treball completa la seva teoria de la relativitat especial i presenta la primera deducció de $E = mc^2$.

1906-1910. El 1906 és ascendit a tècnic de segona classe a l'Oficina Suïssa de Patents i publica el seu primer treball en què aplica la teoria quàntica al càlcul de la calor específica dels sòlids cristal·lins. El principi d'equivalència (entre acceleració i camp gravitatori), que representa un primer pas cap a la seva teoria de la relativitat general, el concep el 1907 en el que en diu «la idea més feliç de la meua vida». El retorn al món acadèmic, concretament a la Universitat de Berna el 1908, és com a *Privatdozent* —nivell més baix del professorat, sense retribució econòmica fixa. L'any següent ocupa una plaça de professor adjunt de física teòrica a la Universitat Zúric i rep el seu primer doctorat *honoris causa*, per la Universitat de Ginebra. El 1910 neix a Zúric el seu segon fill, Eduard EINSTEIN, que va patir d'esquizofrènia a partir dels vint anys i va romandre internat a Suïssa durant la resta de la seva vida. També publica un important treball sobre fluctuacions estadístiques, en el qual, entre altres resultats, explica en termes relativament senzills per què el cel té color blau.

1911-1912. És nomenat catedràtic de la Universitat Karl-Ferdinand, de Praga. Assisteix al Primer Congrés Solvay —organitzat amb el lema «La teoria de la radiació i els *quanta*», on presenta les seves idees quàntiques sobre la calor específica dels sòlids cristal·lins. Reprenent idees de 1907, inicia la recerca sistemàtica d'una teoria relativista de la gravitació i calcula el valor $0,83''$ (la meitat del valor correcte que va establir tres anys després) per a la deflexió d'un raig de llum en passar a prop del Sol, independentment de la freqüència. De fet, Johan G. von SOLDNER havia trobat el valor $0,87''$ el 1801, en resposta a un dels problemes plantejats per NEWTON i per aplicació directa de la teoria newtoniana de la llum, però aquest treball no va ser conegut per EINSTEIN fins al 1921 [4, pàgina 208]. El 1912 és nomenat professor de l'ETH, a Zúric, la institució on s'havia graduat dotze anys abans.

1913-1915. A finals de 1913 accepta una càtedra —sense obligacions docents— a la Universitat de Berlín, així com la futura direcció de l'institut d'investigació de la Kaiser Wilhelm Gesellschaft, que llavors encara només era un projecte.

Acabat d'arribar a Berlín, se separa de Mileva MARIĆ, que torna a Zúric amb els fills. Poc després —l'1 d'agost— comença la Primera Guerra Mundial. S'adhereix —en el que possiblement sigui la seva primera manifestació política pública— al «Manifest als europeus», escrit per George NICOLAI, que preconitzava la unió entre els que «estimen veritablement la cultura europea», com a reacció al «Manifest dels 93», en el qual intel·lectuals prestigiosos justificaven els excessos militaristes alemanys.

A les acaballes de 1915, presenta diverses ponències a la Preussische Akademie der Wissenschaften (Acadèmia Prussiana de Ciències) en les quals formula la seva teoria de la relativitat general. Amb la nova teoria corregeix el valor de 1911 per a la deflexió d'un raig de llum que passa prop del Sol: el nou valor —comprovat experimentalment el 1919 i més tard— és d' $1,7''$.

1916. En un llarg article que apareix als AdP, presenta de manera rigorosa la formulació de la relativitat general. En un altre article sobre «emissió i absorció de radiació d'acord amb la teoria quàntica» introdueix les lleis estadístiques a què obeeixen tres processos elementals de la radiació electromagnètica: l'absorció, l'emissió espontània i l'emissió induïda. En el mateix treball dedueix l'existència del «fotó» com a constituent elemental de la radiació, però aquesta denominació no serà introduïda fins deu anys més tard per Gilbert LEWIS en una carta a *Nature*.

Paul DIRAC va dir d'aquesta obra que era «probablement el descobriment científic més gran mai realitzat» i Max BORN que era «la gesta més gran del pensament humà respecte a la natura, la més sorprenent combinació de penetració filosòfica, intuïció física i habilitat matemàtica».

1917-1918. Pateix malalties digestives de les quals tarda tres anys a recuperar-se plenament.

Escriu el seu primer treball sobre cosmologia relativista. Introdueix la constant cosmològica, a la qual renuncia el 1931 —«el més gran error de la meua vida». Apareix la primera edició de la seva *Teoria de la relativitat especial i general*, potser el seu llibre més traduït i divulgat. Estableix una nova regla de quantització que tindrà un paper important en la tesi de Louis DE BROGLIE (1924).

1919-1920. Es divorcia de Mileva MARIĆ. Uns mesos després es casa amb la seva cosina Elsa EINSTEIN, divorciada també i amb dues filles, Ilse i Margot, que passen a viure amb el nou matrimoni.

Les dades obtingudes durant l'eclipsi de sol del 19 de maig de 1919 per dues expedicions d'astrònoms britànics —a l'illa de Príncipe, a Àfrica, i a Sobral,

al Brasil— s'interpreten com a confirmació de les prediccions d'Einstein de 1915 sobre la desviació dels raigs de llum per efecte de la gravitació solar (1,7'').

La gran difusió d'aquest èxit el converteix en una icona mediàtica. Es produeixen les primeres mostres a Alemanya d'hostilitat d'antisemites envers la teoria de la relativitat i envers la persona d'EINSTEIN.

1921-1923. Primera visita als EUA (Chicago, Boston i Princeton) el 1921 com a convidat a impartir conferències sobre la teoria de la relativitat. L'acompanya Chaim WEIZMANN —que serà el primer president d'Israel—, amb la idea d'intentar obtenir fons per a la futura Universitat Hebrea de Jerusalem (UHJ). El 1922 viatja al Japó, on es fa públic que li concedeixen el Premi Nobel de Física de 1921 «pels seus serveis a la física teòrica i especialment pel seu descobriment de la llei de l'efecte fotoelèctric» (s'anuncia també que Niels BOHR és el guardonat de 1922, «pels seus serveis en la investigació de l'estructura dels àtoms i de la radiació que n'emana»). Tornant del Japó (1923) visita Palestina (posa la primera pedra de la UHJ) i Espanya (1923). El juny, allocució del Premi Nobel de 1921, atorgat el 1922, sobre «Idees i problemes fonamentals de la teoria de la relativitat».

El descobriment i l'explicació de l'efecte Compton (1923) confirmen alhora la seva teoria de la relativitat especial i el seu concepte de «fotó». Apareix el primer treball sobre la teoria del camp unificat, incloent-hi una versió a *Nature* («On the Affine Field Theory»).

1924-1927. Accepta la ciutadania alemanya, una condició inherent als seus càrrecs administratius relacionats amb l'institut d'investigació que dirigeix des de 1914 i que ara, ja materialitzat, es coneix com a «Torre Einstein» (a Potsdam, prop de Berlín).

Ja plenament embarcat en la teoria del camp unificat, se li obre un parèntesi d'oportunitat ocasionat per la recepció d'un article del físic bengali Satyendra BOSE titulat «Planck's Law and the Hypothesis of Light Quanta» (1924), amb el prec d'«arranjar-ne la publicació a *Zeitschrift fur Physik (ZfP)* si considerava que el treball tenia prou mèrit» (*Philosophical Magazine* l'havia rebutjat). El treball es publica com a [48], una traducció a l'alemany del mateix EINSTEIN que acaba amb la següent «nota del traductor»: «Al meu entendre, la derivació de BOSE de la fórmula de Planck representa un avenç significatiu. El mètode utilitzat aquí també proporciona la teoria quàntica del gas ideal, com explicaré en un altre lloc». Efectivament, EINSTEIN va publicar tres articles amb el mateix títol, «Teoria quàntica dels gasos ideals monoatòmics», un el mateix 1924 i dos a principis del 1925, en què mostrà que el mètode de BOSE per a la radiació es podia aplicar a la matèria. Com a conseqüència, va predir el que s'anomena «condensat de Bose-Einstein», un estat en què àtoms d'espín enter (sodi i rubidi, per exemple), a temperatures molt properes al zero absolut, comparteixen el mateix estat quàntic, un fenomen descobert experimentalment per Eric CORNELL, Wolfgang KETTERLE, i

(independentment) per Carl WIEMAN, reconeguts conjuntament el 2001 amb el Premi Nobel de Física.

En el Cinquè Congrés Solvay (1927), sobre «Electrons i fotons», es produeix el primer episodi del llarg debat, sobretot amb Niels BOHR, sobre els fonaments de la llavors flamant mecànica quàntica (formulació matricial de HEISENBERG, 1925; formulació ondulatoria de SCHRÖDINGER, 1926). Ens hem referit a l'evolució d'aquest debat en les darreres cinc dècades, sobretot a partir de la irrupció de les idees de John BELL, a l'anotació [24].

1928-1932. Una crisi cardíaca (dilatació del cor) el reté quatre mesos al llit (1928). Tarda un any a recuperar-se. Visita els EUA per segona vegada el 1930 i per tercera vegada el 1931, especialment l'Institut de Tecnologia de Califòrnia (Caltech) en ambdós casos. El desembre de 1932, quart viatge als EUA, amb la seva esposa Elsa, i amb la idea d'acceptar l'oferta d'una càtedra a Princeton compatible amb els compromisos a Berlín. A conseqüència de la situació desastrosa que s'està vivint a Alemanya, ja no hi retornarà mai més.

Durant tots aquests anys continua treballant en la unificació de la gravitació i l'electromagnetisme. Wolfgang PAULI, sempre crític i mordaç, va expressar-ho el 1932 amb aquestes paraules: «La inventiva infal·lible [d'Einstein], així com la seva energia tenaç en la recerca de la [unificació], ens garanteix en els darrers anys, de mitjana, una teoria per any... És psicològicament interessant que durant un temps la teoria actual sigui considerada per l'autor com la "solució definitiva"». EINSTEIN li va donar la raó, [4, pàgina 347].

1933-1938. Els nazis —ja amb Adolf HITLER al poder des del gener de 1933— registren la petita residència d'EINSTEIN a Caputh, prop de Berlín, amb la pretensió de trobar-hi armes amagades pels comunistes. EINSTEIN dimiteix de l'Acadèmia Prussiana de Ciències i de l'Acadèmia Bavaresa de Ciències i fa la seva darrera visita a Europa: Suïssa —on veu, a Zúric, el seu fill Eduard per darrera vegada—, Bèlgica —sota la protecció de la família reial— i el Regne Unit. El 1936 mor a Princeton Elsa EINSTEIN, la seva segona esposa.

El 1935 publica l'article EPR, del qual hem parlat a l'anotació [24], i el 1936, conjuntament amb Nathan ROSEN, un article sobre ones gravitatòries.

1939-1945. Firma la seva primera carta dirigida al president F. D. ROOSEVELT, en què recomana la col·laboració entre científics i militars per investigar en armament nuclear (1939). El 1940 obté la nacionalitat dels EUA i continua mantenint la suïssa.

Per contribuir a l'obtenció de fons per a la guerra, el 1944 reescriu el seu manuscrit de 1905 sobre la teoria de la relativitat. Aconsegueix sis milions de dòlars en una subhasta.

1946-1955. Envia una carta oberta a l'Assemblea General de les Nacions Unides en què preconitza la institucionalització d'un govern a escala mundial (1946).

Mor a Zúric la seva primera esposa, Mileva MARIĆ (1948).

Li detecten un aneurisma inoperable a l'aorta abdominal. Continua publicant sobre les seves idees per generalitzar la teoria de camps.

Apareix la seva autobiografia científica, inclosa en el llibre d'homenatge en l'ocasió del seu setantè aniversari, *Albert Einstein: philosopher-scientist* (1949).

Firma les seves últimes voluntats (1950): Otto NATHAN (economista i amic) i Helen DUKAS (la seva secretària personal des de 1928) són nomenats administradors de la seva herència. Nomena la Universitat Hebrea de Jerusalem (UJ) dipositària dels seus escrits personals i hereva de la seva propietat intel·lectual.

Rebutja la presidència de l'Estat d'Israel, que li ofereixen a la mort del primer president, Chaim WEIZMANN (1952).

EINSTEIN i BOHR es veuen per última vegada a Princeton (1954). Publica a la premsa una declaració de suport a Robert OPPENHEIMER davant les dificultats d'aquest amb el govern dels EUA.

El 18 d'abril de 1955 mor a l'hospital de Princeton, trenta-tres dies després del traspàs del seu amic íntim Michele BESSO. El seu cos és incinerat i les seves cendres dispersades en un lloc no revelat. Una setmana abans de la seva mort, havia escrit a Bertrand RUSSELL per comunicar-li la seva disposició a firmar un manifest —redactat per aquest— en favor de la renúncia universal a l'armament nuclear.

Referències

- [1] S. Xambó-Descamps, “Einstein i les Matemàtiques”, *SCM/Notícies*, vol. 52, pp. 69–76, 2023. Ampliat, amb el mateix títol (35 pàgines), per al volum *Einstein i l'actualitat de les seves contribucions*, editat per Antoni Roca Rosell. IEC, 2025.
- [2] P. A. Schilpp, ed., *Albert Einstein: Philosopher-Scientist* (2nd edition). The Library of Living Philosophers, Open Court Publishing Company, Primera edició: 1949.
- [3] A. Einstein, *Autobiographical notes*. Open Court Publishing Company, 1949, 1951. Incloses a [2], pp. 1-95, en alemany i anglès. El 1979, P. A. Schilpp va publicar-les en l'ocasió del centenari del naixement d'Einstein amb el títol «Albert Einstein: Autobiographical Notes (English and German Edition)» i hi va afegir un pròleg. D'aquesta obra, Alianza Editorial va publicar-ne el 1984 una traducció al castellà, a càrrec de Miguel Paredes, a la col·lecció «Libro de bolsillo».
- [4] A. Pais and S. Goldberg, *Subtle is the Lord: The Science and the Life of Albert Einstein*. American Association of Physics Teachers, 1983.
- [5] R. Vilaseca, “Einstein: Física, Tecnologia i Matemàtiques”, 2005. A [6], 17-60.
- [6] S. Xambó and et al., eds., *Conferències Curs Einstein 2004-2005*, vol. II of *Conferències FME*. Facultat de Matemàtiques i Estadística, 2005.
- [7] M. Asorey, “Einstein y las teorías de campos unificados”, 2005. A [6], 101-122.
- [8] E. Elizalde, “On the cosmological constant, the vacuum energy, and divergent series”, 2005. A [6], 203-254.
- [9] J. Girbau, “L'equació d'Einstein de la relativitat general i la seva relació amb l'equació d'ona”, 2005. A [6], 79-100.
- [10] D. Jou, “Einstein, mestre de la física estadística”, 2005. A [6], 179-202.
- [11] L. Navarro, “Del efecto fotoeléctrico (1905) a la condensación de Bose–Einstein (1925): Un curioso ejemplo de simbiosis en el desarrollo de teorías físicas”, 2005. A [6], 149-178.
- [12] A. Romero, “Geometría de Lorentz: de lenguaje a herramienta básica en la Relatividad General”, 2005. A [6], 123-148.
- [13] J. M. Sánchez Ron, “Einstein, Felix Klein, David Hilbert y Hermann Weyl”, 2005. A [6], 61-77.
- [14] J. M. M. Senovilla, “Teoremas de singularidades en relatividad general”, 2005. A [6], 255-278.
- [15] C. Lavor, S. Xambó-Descamps, and I. Zaplana, *A Geometric Algebra Invitation to Space-Time Physics, Robotics and Molecular Geometry*. SB-MA/Springerbrief, Springer, 2018.
- [16] J. Girbau, *Geometria diferencial i relativitat*. Publicacions electròniques de la SCM, volum 8, Institut d'Estudis Catalans, 2022. L'edició en paper la va publicar el 1993 el Servei de Publicacions de la UAB.
- [17] S. Carnot, R. Clausius, and W. T. Kelvin, *Escrits fonamentals sobre el segon principi de la termodinàmica*. Clàssics de la Ciència, II, Institut d'Estudis Catalans / Eumo Editorial / Editorial Pòrtic, 1999. Presentació, traducció i notes de David Jou.

- [18] J. W. Gibbs, *Elementary principles in statistical mechanics: developed with especial reference to the rational foundations of thermodynamics*. C. Scribner's sons, 1902.
- [19] L. Navarro Veguillas, *El desconocido Albert Einstein: sin rastros de relatividad*. Metatemas, volum 148, Tusquets Editores, 2020.
- [20] M. Born, "Einstein's statistical theories", in *Albert Einstein: Philosopher-Scientist* (P. A. Schilpp, ed.), pp. 163–177, Open Court Publishing Company, 1951.
- [21] M. Glazer and J. Wark, *Statistical mechanics: a survival guide*. Oxford University Press, 2001. Reimprès el 2009.
- [22] A. D. Stone, *Einstein and the quantum: the quest of the valiant Swabian*. Princeton University Press, 2013.
- [23] A. Fölsing, *Albert Einstein*. Penguin Books, 1998. Primer el va publicar Viking Penguin, EEUU, el 1997, traduït per Ewald Osers de l'original alemany *Albert Einstein: eine Biographie*: Suhrkamp Verlag, 1993.
- [24] H. Poincaré, "La mesure du temps", *Revue de métaphysique et de morale*, vol. 6, n. 1, p. 1–13, 1898. Accessible a [puf pdf](#).
- [25] H. Poincaré, "La théorie de Lorentz et le principe de réaction", *Archives Néerlandaises des Sciences Exactes et Naturelles*, vol. 5, pp. 252–278, 1900. Accessible a [U. Lorraine, pdf](#).
- [26] H. Poincaré, *The value of science: essential writings of Henri Poincaré*. Modern library, New York, 2001. Aplega traduccions a l'anglès de tres llibres magistrals de Poincaré: *La Science et l'Hypothèse* (1902), *La Valeur de la Science* (1905), i *Science et Méthode* (1908). Un recull similar en francès, amb el títol *La science selon Henri Poincaré*, ha estat publicat per Dunod Poche (2024), amb una presentació de Jean-Pierre Bourguignon. Publicats en castellà a la «Colección Austral» d'Espasa–Calpe: volums 379 (1943), 628 (1946), i 409 (1944), respectivament, i també el títol *Últimos pensamientos* com a volum 579 (1946).
- [27] H. Poincaré, "The principles of mathematical physics", *The Monist*, vol. 15, n. 1, p. 1–24, 1905. Text de la conferència impartida per l'autor el setembre de 1904 al «Congrés d'Arts i Ciències» celebrat a St. Louis, EUA. Accessible a [jstor pdf](#).
- [28] H. Poincaré, "Sur la dynamique de l'électron", *Comptes rendus de l'Académie des sciences*, vol. 140, no. 23, 1905. Text de la conferència impartida per l'autor el setembre de 1904 al «Congrés d'Arts i Ciències» celebrat a St. Louis, EUA. Accessible a [jstor pdf](#).
- [29] H. Poincaré, "Sur la dynamique de l'électron", *Rendiconti del circolo matematico di Palermo*, vol. 21, 1906. Aquest volum reproduïx transcripcions dels textos de la reunió celebrada a Palermo el 23 de juliol de 1905, amb una separata impresa el 15 de desembre de 1905.
- [30] J.-J. Samuëli and J.-C. Boudenot, *H. Poincaré (1854-1912), physicien*. Ellipses, 2005.
- [31] P. Galison, *Einstein's clocks, Poincaré's maps: Empires of time*. W. W. Norton & Company, 2003.
- [32] X. Roqué, "Henri Poincaré en la història de la relativitat", 2005. A [\[33\]](#), 131-144.

- [33] S. Xambó and et al., eds., *Conferències Curs Poincaré 2003-2004*. Conferències FME, volum I, Facultat de Matemàtiques i Estadística, 2005. Assequible a [Curs Poincaré, 2003-2004](#).
- [34] A. Einstein, “Zur Elektrodynamik bewegter Körper”, *Annalen der Physik*, vol. 17, pp. 891–921, 1905. [pdf](#). Versió en anglès: *On the Electrodynamics of Moving Bodies*.
- [35] A. Einstein, *La relativitat a l'abast de tothom*. Punt Nodal, Assaigs Científics, volum 5, Obrador Edèndum, 2018. Edició i traducció a càrrec de Xavier Roqué.
- [36] S. Xambó-Descamps, “Geometry and Physics with Geometric Algebra”, *Geometric Mechanics*, 2025. 54 pàgines, acceptat agost 2025.
- [37] K. Thorne and R. Blandford, **Modern Classical Physics**, Volum 5: *Relativity and Cosmology*. Princeton University Press, 2021.
- [38] K. S. Thorne, C. W. Misner, and J. A. Wheeler, *Gravitation*. Freeman San Francisco, 1973.
- [39] A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen, “Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?”, *Physical review*, vol. 47, no. 10, pp. 777–780, 1935.
- [40] A. Einstein, *The meaning of relativity* (6th edition, revised). Chapman and Hall Ltd, 1956. Reimprès el 1967, amb un prefaci de W. H. McCrea.
- [41] M. Kasuya, “The Einstein–Cartan Theory of Gravitation in a Hamiltonian Form”, *Progress of Theoretical Physics*, vol. 60, no. 1, pp. 167–177, 1978.
- [42] R. Kerner, “Geometrical background for the unified field theories: the Einstein–Cartan theory over a principal fibre bundle”, *Annales de l'I.H.P. Physique théorique*, vol. 34, no. 4, pp. 437–463, 1981.
- [43] A. Trautman, “Einstein–Cartan theory”, *Living Reviews in Relativity*, vol. 9, 2006. [arXiv pdf](#).
- [44] Q. Huang, P. Wu, and H. Yu, “Emergent scenario in the Einstein–Cartan theory”, *Physical Review D*, vol. 91, no. 10, p. 103502, 2015.
- [45] M. Visser, “Rastall gravity is equivalent to Einstein gravity”, *Physics Letters B*, vol. 782, pp. 83–86, 2018. [arXiv pdf](#).
- [46] A. Rabinowitch, “On a generalization of the Einstein gravitational equations based on Weyl geometry”, *Gravitation and Cosmology*, vol. 25, no. 3, pp. 237–242, 2019.
- [47] E. Sallent, A. Roca, and A. Molina (eds), *1905: El jove Einstein en català*. Societat Catalana de Física i Societat Catalana d'Història de la Ciència i de la Tècnica, Institut d'Estudis Catalans, 2005. [IEC, pdf](#).
- [48] S. N. Bose, “Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese”, *Zeitschrift für Physik*, vol. 26, no. 1, pp. 178–181, 1924. Traduït a l'alemany per A. Einstein. Una retraducció a l'anglès es pot descarregar d'aquest enllaç: [1924-Bose.pdf](#).

Índex alfabètic

G , constant gravitatòria (Newton), 54
 R , constant dels gasos, 18
 R_{ik} , tensor de Ricci, 27
 T , temperatura absoluta, 19
 c , velocitat de la llum, 20, 22
 g_{ik} , tensor simètric (mètrica), 26
 h , constant de Planck, 16

aberració de la llum, 56
Acadèmia Prussiana de Ciències, 61
acció a distància, 22
actitud escèptica, 3
AdP, 59–61
aerodinàmica, 56
altures d'un triangle, 5
amics més preuats, 4
Annalen der Physik, 59
annus mirabilis, 60
antisemites, 62
anàlisi, 54
armament nuclear, 64
ase de Buridan, 7
ASOREY, Manuel, 34
ASPECT, Alain (1947), 51
ATIYAH, Michael (1929-2019), 37
àtom, mida de, 9
autoritat, 3

balança de torsió, 23
baricentre, 55
BELL, John (1928-1990), 51, 63
BERNSTEIN, 7, 54
BESSO, Michele A. (1873-1955), 59, 64
Bíblia, 3
BLANDFORD, Roger (1949), 48
BOHR, 17, 35, 42, 51, 54, 62–64
BOLTZMANN, 9, 15, 16, 18, 19, 37, 38, 54, 55
BORN, 29, 35, 39, 54, 61
BOSE, Satyendra Nath (1894-1974), 62
brúixola, 5

càlcul diferencial i integral, 7
càlcul diferencial absolut, 27
càlcul infinitesimal, 57
càlcul tensorial, 21
càlcul vectorial, 21
calor, 36
calor específica, 8, 17, 60
camp electromagnètic, 14, 22, 55
camp gravitatori, 24
camp gravitatori pur, 27

CARNOT, Sadi (1796-1832), 36
catolicisme, 59
causalitat, 6
cicle de Carnot, 36
circumcentre, 55
circumferència d'Euler, 55
ciutadania alemanya, 62
ciències naturals, 7
CLAUSER, John (1942), 51
CLAUSIUS, Rudolf (1822-1888), 36
composició relativista de velocitats, 47
concepte, 4
 comprensió de, 4
condensat de Bose–Einstein, 62
conducció tèrmica, 9
Congrés Solvay, 60, 63
consciència, 4
conservació de l'energia, 36
constant
 d'Euler–Mascheroni, 55
 de Boltzmann, 39, 54
 de la gravitació, 50
 de Stefan–Boltzmann, 58
 de Planck, 16
 gravitatòria, 54
constant cosmològica, 61
continu quadridimensional, 21, 24
contracció de Lorentz-FitzGerald, 56
coordenades, 20, 22, 24, 25
COPÈRNIC, Nicolau (1473-1543), 57
CORNELL, Eric (1961), 62
corrent de desplaçament, 13
cos negre, 56
cosmologia, 58
cosmologia relativista, 61
credo epistemològic, 6
curvatura, 50, 57
curvatures principals, 50

dades experimentals, 8
DE BROGLIE, Louis (1892-1987), 35, 61
desigualtats de Bell, 51
desviació dels raigs de llum, 62
DEWEY, John (1859-1952), 35
difusió dels gasos, 9
dimensions moleculars, 60
DIRAC, 29, 54, 61
distribució canònica, 40
divergència, 27
dualisme, 14
DUKAS, Helen (1896-1982), 64
Déu, 8

- $E = mc^2$, 60
 eclipsi de sol, 61
 efecte Compton, 62
 efecte fotoelèctric, 17, 55, 62
 EINSTEIN, 1, 34, 35, 58
 EINSTEIN, Eduard (1910-1965), 60
 EINSTEIN, Elsa (1876-1936), 61, 63
 EINSTEIN, Hans Albert (1904-1973), 60
 EINSTEIN, Liserl (1902-1903?), 60
 electrodinàmica
 de Faraday–Maxwell, 10
 quàntica, 54
 electromagnetisme, 9, 55, 56
 electroquímica, 55
 electró, 22, 54
 ELIZALDE, Emilio, 34
 empirisme, 55
 energia cinètica, 23
 energia interna, 36
 energia lliure, 37
 enigma etern, 4
 entalpia, 37
 entalpia lliure, 37
 entropia, 37, 54
 entropia de Boltzmann, 38
 entropia de Shannon, 41
 EÖTVÖS, 23, 54
 EPR, 63
 equacions
 d'Euler-Lagrange, 55
 de Maxwell, 11, 14, 17, 23, 31, 55, 56
 del camp gravitatori, 27
 dels fluids ideals, 55
 en derivades parcials, 8
 equació d'Einstein, 50
 equació de Boltzmann, 54
 equació de Dirac, 54
 equació de Poisson, 27
 equació de Schrödinger, 58
 equació dels gasos, 8
 escola cantonal d'Aarau, 59
 espai absolut, 11
 espai de Minkowski, 48
 espai quadridimensional, 21
 espai-temps de cinc dimensions, 56
 Estat, 3
 èter, 8, 10, 14
 ETH, 36, 59, 60
 EUA, 62–64
 EULER, 8, 54
 experiment de Fizeau, 56
 exàmens, 8
 fisicoquímica, 55
 FIZEAU, Armand (1819-1896), 56
 fluctuacions, 18
 fluctuacions estadístiques, 60
 fluxions, 57
 força de Lorentz, 56
 fórmula de Planck, 16, 18, 57
 fórmula de Van't Hoff, 39
 fórmules d'Euler, 55
 fotoesfera, 58
 FREDMAN, Stuart (1944-2012), 51
 funció de partició, 40
 funció zeta, 57
 física, 8
 GALILEO, 13, 55, 57
 gasos monoatòmics, 8
 GAUSS, Karl Friedrich (1777-1855), 43
 geodèsica, 26
 geometria, 5, 54
 diferencial, 57
 euclidiana, vàlidesa de, 20
 sagrat llibret de, 5
 GIBBS, 18, 39, 55, 56
 GIRBAU, Joan (1942-2023), 34
 GÖDEL, Kurt (1906-1978), 58
 gravitó, 54
 GROSSMANN, Marcel (1878-1936), 36, 59
 grup de la relativitat general, 28
 grup de Lorentz, 27
 GÖDEL, Kurt (1906-1978), 35
 HEAVISIDE, Oliver (1850-1925), 56
 HEISENBERG, 29, 42, 55, 63
 HELMHOLTZ, 7, 55
 HERTZ, 7, 9, 11–14, 55, 56
 hidrodinàmica, 8
 HILBERT, David (1862-1943), 56
 hipòtesi atòmica, 9
Història de la mecànica, 9
 HUME, 6, 20, 42, 55
 HURWITZ, 7, 56
 inconscient, 5
 inducció electromagnètica, 55
 informació quàntica, 51
 integral de Riemann, 57
 interpretació de Copenhaguen, 54, 55
 intuïció, 7
 isobàric, 37
 isoterm, 37
 JOST, Res (1918-1990), 42
 JOU, David, 34
 JOULE, James (1818-1889), 36
 judaisme, 59

judicis sintètics a priori, 6

Kaiser Wilhelm Gesellschaft, 61

KALUZA, 32, 56

KANT, 6, 56

KAUFMAN, Bruria (1918-2010), 52

KELVIN, *Vegeu* THOMSON

KEPLER, Johannes (1571-1630), 57

KETTERLE, Wolfgang (1957), 62

KIRCHHOFF, 7, 15, 56

KLEIN, Felix (1849-1925), 56

KLEIN, Martin J. (1924-2009), 42

KLEIN, Oskar (1894-1977), 56

KUHN, Thomas S. (1922-1996), 42

LEWIS, Gilbert N. (1875-1946), 61

lleï

de Plank, 58

d'Ostwald, 57

de la gravitació universal, 57

de la radiació, 18

de Stefan, 58

de Stefan-Boltzmann, 15, 17, 58

de Wien, 17, 38, 58

del moviment, 28

del moviment brownià, 18

del moviment del punt material, 26

lleis de Kepler, 57

lleis de Kirchhoff, 56

lleis del moviment, 8, 57

lleis dels gasos, 18

lògica, 6

LORENTZ, 14, 44, 45, 56

Luitpold-Gymnasium, 59

MACH, 9, 11, 12, 18, 20, 42, 52, 56

Manifest als europeus, 61

Manifest dels 93, 61

màquina de vapor, 36

màquines tèrmiques, 36

MARIĆ, Mileva (1875-1948), 59-61, 64

massa gravitatòria, 23, 24

massa inercial, 22-24

masses atòmiques, 9

matemàtiques, 7

MAXWELL, 9, 12-14, 55, 56

MCCREA, Sir William (1904-1999), 52

mecànica, 54

clàssica, 9, 17, 23, 57

de masses discretes, 8

de matrius, 55

estadística, 54, 58

mecànica quàntica, 19, 54, 55

interpretació de, 19

ondulatòria, 58

mètode d'Euler, 55

mètodes matemàtics, 7, 8

mètrica de Riemann, 26

mida molecular, 18

MINKOWSKI, 7, 21, 44, 57

«miracle», 6

motor elèctric, 55

moviment, 36

moviment brownià, 18, 60

NATHAN, Otto (1893-1987), 64

NAVARRO, Luis, 34

necrologia, 6, 13

NERNST, Walther (1864-1941), 37

NEWTON, 8, 11-14, 36, 37, 54, 57, 60

NICOLAI, Georg F. (1874-1964), 61

nombre d'Avogadro, 38

nombre de Mach, 56

obituari, 3, 7, 13

Oficina Suïssa de Patents, 60

ones electromagnètiques, 55

ones gravitatòries, 63

OPPENHEIMER, Robert (1904-1967), 64

òptica, 10, 13, 54

ortocentre, 55

OSTWALD, 18, 57

PAIS, Abraham (1918-2000), 41, 44

paradoxa de Mach, 24, 25

pares, 3

PAULI, Wolfgang (1900-1958), 35, 63

pensament, 4, 5

lògic, 6

pensar, 4

perpetuum mobile, 19, 21

Philosophical Magazine, 62

pla hiperbòlic, 50

PLANCK, 15-19, 42, 57

PODOLSKY, Boris (1896-1966), 51

POINCARÉ, Henri (1854-1912), 42-45

POISSON, Siméon (1781-1840), 27

Politècnic de Zuric, ETH, 7

POPPER, Karl (1902-1994), 58

positivisme, 18, 56

positró, 54

potencial de Gibbs, 37

potencial de Helmholtz, 37

potencial gravitatori, 23

pregunta de Mach, 23

prejudicis filosòfics, 18

Premi Nobel, 62

pressió osmòtica, 18, 39

Preussische Akademie der
Wissenschaften, 61

- primer doctorat *honoris causa*, 60
- primer principi de la termodinàmica, 36
- principi
 - d'equivalència, 60
 - d'equivalència feble, 54
 - d'incertesa, 55
 - d'inèrcia, 24, 55
 - de Boltzmann, 17
 - de complementarietat, 54
 - de conservació de l'energia, 22, 55
 - de conservació del moment, 22
 - de la relativitat especial, 21
 - de relativitat, 46
 - de superposició, 31
 - general de la relativitat, 25, 27
 - variacional, 33
- professor adjunt, 60
- propagació del so, 8
- propòsit suprem, 4
- punt material, 22
- quanta* de llum, 60
- quanta* de Planck, 19
- química, 9
- radiació del cos negre, 56
- rapiditat, 46, 47
- realitat dels àtoms, 18
- recta d'Euler, 55
- relativitat, 56
 - especial, 21
 - i gravitació, 23
 - general, 26, 56, 58, 61
- religió, 3
- rellotge ideal, 20
- revolució científica, 57
- RIEMANN, 26, 57
- ROMERO, Alfonso, 34
- ROOSEVELT, F. D. (1882-1945), 63
- ROSEN, Nathan (1909-1995), 51, 63
- rotacions d'un sòlid rígida, 55
- rotació hiperbòlica, 46, 47
- RUSSELL, Bertrand (1872-1970), 35, 58, 64
- RUTHERFORD, Ernest (1871-1937), 54
- sagrat llibret, 5
- SANCHEZ RON, José Manuel, 34
- SCHILPP, 3, 35, 58
- SCHRÖDINGER, 29, 58, 63
- segon principi de la termodinàmica, 36
- semblança de triangles, 5
- SENOVILLA, José M. M., 34
- sèries de Fourier, 57
- simultaneïtat, 20, 22
- sistema conceptual, 6
 - contingut de veritat d'un, 6
- sistema inercial, 11, 20, 24
- sistema lògic, 6
- sistemes de coordenades, 25
- SOLDNER, Johan G. von (1776-1833), 60
- SOMMERFELD, Arnold (1868-1951), 35
- STEFAN, 15, 58
- STERN, Otto (1888-1969), 42
- STONE, A. Douglas, 42
- superfícies de Riemann, 57
- Suïssa, 8
- taula periòdica, 54
- telegrafia sense fils, 55
- temps locals, 20
- temps propi, 20
- tensor d'energia-impulsió, 50
- tensor de curvatura, 50
- tensor de la densitat d'energia, 27
- tensor de Ricci, 27, 50
- tensor de Riemann, 26
- teorema de Pitàgores, 5
- teorema egregi, 50
- teoria
 - atòmica, 9
 - cinètica dels gasos, 8
 - cinètica molecular, 18
 - de camps, 13
 - de fluids, 54
 - de Kaluza-Klein, 56
 - de l'electromagnetisme, 13
 - de l'electró, 56
 - de la radiació, 60
 - de la relativitat, 62
 - de la relativitat especial, 21, 23, 60, 62
 - de la relativitat general, 24, 60, 61
 - de Maxwell, 13-16, 19, 58
 - del camp unificat, 62
 - del color, 57
 - estadística de la mecànica, 9
 - mecànica de la llum, 8
 - newtoniana de la llum, 60
 - propagació del so, 8
 - quàntica, 60
 - quàntica de camps, 54
 - quàntica del gas ideal, 62
 - quàntica estadística, 29
 - relativista de la gravitació, 60
 - unificada, 56
- teories físiques, 9
- tercer principi de la termodinàmica, 37
- termodinàmica, 9, 54, 58
 - clàssica, 13

- tesi doctoral, [59](#), [60](#)
THOMSON, William (1824-1907), [36](#)
THORNE, Kip (1940), [48](#)
Torre Einstein, [62](#)
transformació de Lorentz, [21](#), [45](#), [56](#)
transformacions contínues de
 coordenades, [27](#), [28](#)
transformacions de Galileo, [47](#)
transformacions de Lorentz, [21](#), [27](#)
transformacions no lineals, [24](#)
triangle, altures d'un, [5](#)

UJJ, [62](#), [64](#)
unificació, [63](#)
Universitat de Berlín, [61](#)
Universitat de Berna, [60](#)
Universitat de Ginebra, [60](#)
Universitat de Zúric, [59](#), [60](#)
Universitat Hebrea de Jerusalem, [62](#), [64](#)

Universitat Karl-Ferdinand, [60](#)
Universitat Zúric, [60](#)

VAN'T HOFF, Jacobus (1852-1911), [40](#)
variables ocultes, [51](#)
varietats lorentzianes, [49](#)
varietats riemannianes, [57](#)
velocitat de la llum, [20](#), [22](#)
veritat, [5](#)
 científica, [6](#)
VILASECA, Ramon, [34](#)
viscositat, [9](#)

WEIZMANN, Chaim (1874-1952), [62](#), [64](#)
WHITTAKER, Edmund (1873-1956), [44](#)
WIEMAN, Carl (1951), [63](#)
WIEN, [15](#), [58](#)

ZEILINGER, Anton (1945), [51](#)
Zeitschrift fur Physik (ZfP), [62](#)